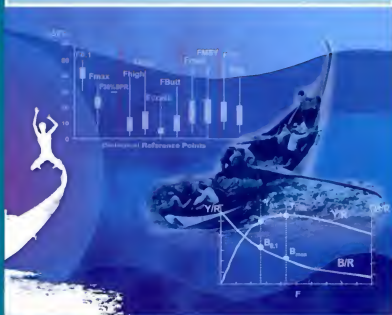


# Manuel d'évaluation des ressources halieutiques

FAO  
DOCUMENT  
TECHNIQUE  
SUR  
LES PÊCHES

393



**DANIDA**

Organisation  
des  
Nations  
Unies  
pour  
l'alimentation  
et  
l'agriculture



# Manuel d'évaluation des ressources halieutiques

FAO  
DOCUMENT  
TECHNIQUE  
SUR  
LES PÊCHES

393

par  
**Emygdio L. Cadima**  
Consultant  
Département des pêches de la FAO

DANITA

Organisation  
des  
Nations  
Unies  
pour  
l'alimentation  
et  
l'agriculture



Rome, 2002

Les appellations employées dans cette publication et la présentation des données qui y figurent n'impliquent de la part de l'Organisation des Nations Unies pour l'alimentation et l'agriculture aucune prise de position quant au statut juridique des pays, territoires, villes ou zones ou de leurs autorités, ni quant au tracé de leurs frontières ou limites.

ISBN 92-5-204505-6

Tous droits réservés. Les informations ci-après peuvent être reproduites ou diffusées à des fins éducatives et non commerciales sans autorisation préalable du détenteur des droits d'auteur à condition que la source des informations soit clairement indiquée. Ces informations ne peuvent toutefois pas être reproduites pour la revente ou d'autres fins commerciales sans l'autorisation écrite du détenteur des droits d'auteur. Les demandes d'autorisation devront être adressées au Chef du Service des publications et du multimédia, Division de l'information, FAO, Viale delle Terme di Caracalla, 00100 Rome, Italie ou, par courrier électronique, à [copyright@fao.org](mailto:copyright@fao.org)

© FAO 2002

## PREPARATION DU DOCUMENT

L'auteur, Emygdio Cadima, a été chercheur à la FAO au Service des ressources marines jusqu'en 1974, année au cours de laquelle il est retourné à l'«Instituto de Investigação das Pescas e do Mar - IPIMAR» au Portugal et fut professeur à l'Université de l'Algarve jusqu'en 1997. Actuellement il est à la retraite. Il a réalisé à la fin de l'année 1997 un cours d'évaluation des ressources halieutiques à l'IPIMAR qui a servi de base à la préparation de ce manuel souvent sollicité et qui a l'appui du projet FAO/DANIDA GCP/INT/575/DEN.

Ce manuel prétend apporter aux jeunes chercheurs, élèves de hautes études, jeunes licenciés ou étudiants en licence, les connaissances de base sur les problèmes et les méthodes d'évaluation des ressources halieutiques. Il s'agit d'un domaine scientifique en développement constant, où les connaissances de biologie des pêches sont appliquées afin qu'une exploitation rationnelle et soutenue des ressources de la pêche soit faite.

Le "Manuel d'évaluation des ressources halieutiques" se soucie principalement des aspects théoriques des modèles plus communément utilisés dans l'évaluation des ressources halieutiques. L'application pratique est considérée comme une partie complémentaire qui facilite la compréhension des sujets théoriques abordés, les exercices pratiques étant résolus à l'aide d'une feuille de calcul.

Ce manuel a pour base les notes et annotations de divers cours d'évaluation des ressources halieutiques réalisés dans plusieurs parties du monde, tout spécialement en Europe, Amérique latine et Afrique. Plusieurs chercheurs en sciences halieutiques du monde entier ont participé activement à ces cours, tout spécialement les Portugais, qui sont aussi co-responsables pour l'orientation, pour les thèmes développés et plus particulièrement pour l'élaboration des exercices et pour le travail éditorial.

La révision pour l'édition du manuscrit est due à Siebren Venema, administrateur du projet GCP/INT/575/DEN et à Ana Maria Caramelo, chercheur au Service des ressources marines de la FAO.

### Distribution:

DANIDA  
Instituts d'éducation des pêches  
Instituts de recherche marine  
Organisations nationales et internationales  
intéressées  
Universités  
Département des pêches de la FAO

Cadima, E.L.

Manuel d'évaluation des ressources halieutiques.

FAO Document technique sur les pêches. No. 393. Rome, FAO. 2002. 160p.

## RESUME

Ce manuel est présenté selon l'ordre du dernier cours donné à l'IPIMAR (novembre/décembre 1997). Il commence par une introduction aux modèles mathématiques appliqués à l'évaluation des ressources halieutiques et par quelques considérations sur l'importance des pêches au Portugal. Ensuite, la nécessité d'une gestion sensée des ressources halieutiques, indispensable pour une exploration convenable assurant sa conservation, est mise en évidence. Les suppositions de base d'un modèle et les différents concepts de taux de variation d'une caractéristique par rapport au temps (ou à d'autres caractéristiques) sont présentés en exposant les aspects les plus importants des modèles linéaire simple et exponentiel qui seront largement utilisés dans les chapitres suivants. Après quelques considérations sur le concept de cohorte, des modèles pour l'évolution dans le temps du nombre et du poids des individus qui composent la cohorte sont développés, ainsi que des modèles pour la croissance individuelle de la cohorte. Dans le chapitre sur l'étude du stock, le régime de pêche et ses composants sont définis, les modèles les plus utilisés pour la relation stock-recrutement sont exposés, de même que les prévisions d'un stock à court et à long terme. En ce qui concerne la gestion des ressources halieutiques, la discussion tourne autour des points de référence biologique (points-cible, points limites et points de précaution) et des mesures réglementaires des pêches. Le dernier chapitre de présentation et discussion des modèles théoriques d'évaluation des ressources halieutiques est consacré aux modèles de production (également désignés modèles de production généralisée) et aux prévisions de captures et biomasses à long et à court terme. Finalement, les méthodes générales d'estimation de paramètres sont décrites et quelques méthodes d'estimation des paramètres plus importantes sont introduites, mettant en relief ceux qui sont utilisés pour les analyses de cohortes par âge et par longueur. Dans la deuxième partie on trouve les énoncés des exercices corrigés pendant le dernier cours donné à l'IPIMAR, par l'auteur et le chercheur Manuela Azevedo, avec une solution possible.

# AUX PREMIERS MAITRES ET AMIS DE TOUJOURS

**Ray Beverton  
John Gulland  
Gunnar Sætersdal**

## AVANT-PROPOS

Ce travail est essentiellement orienté vers la présentation d'une introduction aux modèles mathématiques appliqués à l'évaluation des ressources halieutiques.

Il existe divers types de cours sur les méthodes utilisées pour l'évaluation des ressources halieutiques. À noter les deux types suivants:

Le premier type considère comme aspect principal du cours son application pratique, en incluant l'utilisation de logiciels informatiques. Il est fait référence aux aspects théoriques qui sont traités comme étant complémentaires.

Le deuxième type se soucie surtout des aspects théoriques des modèles plus communément utilisés en évaluation. L'application pratique est considérée comme une partie complémentaire qui facilite la compréhension des sujets théoriques traités.

Ce travail a pour base le deuxième type de cours où des fiches d'exercices ont été préparées pour être résolues sur feuilles de calculs: la feuille de calcul utilisée est l'Excel pour Windows. La Table des Matières indique les fiches d'exercices correspondantes à chaque thème.

Ce manuel est le résultat d'une série de cours d'Évaluation des Ressources Halieutiques réalisés en divers endroits parmi lesquels nous citons, au Portugal, l'«Instituto de Investigação das Pescas e do Mar - IPIMAR (ex-INIP)» de Lisbonne, la Faculté des Sciences de Lisbonne, l'Université de l'Algarve et l'«Instituto de Ciências Biomédicas» de Abel Salazar de Porto. À noter également les cours réalisés à l'«Instituto de Investigação das Pescas» de Cabo Verde, au «Centro de Investigação Pesqueira» de l'Angola, à l'«Instituto de Investigação das Pescas» du Mozambique, au «Centro de Investigação Pesqueira - CIP» de Cuba, à l'«Instituto do Mar e da Pesca - IMARPE» du Pérou, à l'«Instituto Espanhol de Oceanografia - IEO» (Vigo et Málaga), et la collaboration à des cours réalisés dans plusieurs pays et organisés par la FAO, la SIDA (Suède), la NORAD (Norvège) et par l'ICCAT.

Ces cours ont aussi eu la collaboration active d'autres chercheurs en sciences halieutiques portugais qui sont également responsables de l'orientation, des thèmes abordés et tout particulièrement de l'élaboration des fiches d'exercices et du travail éditorial. Voici donc la liste provisoire, établie sans aucun critère particulier, des collaborateurs à qui je veux exprimer toute ma gratitude et ma reconnaissance: Ana Maria Caramelo, Manuel Afonso Dias, Pedro Conte de Barros, Manuela Azevedo Lebre, Raúl Coyula, Renato Guevara.

Lisbonne, décembre 1997  
E. Cadima

# TABLE DES MATIERES

|   | Page        |
|---|-------------|
| <b>Glossaire des termes techniques utilisés dans le manuel</b>                                    | <b>xi</b>   |
| <b>Références bibliographiques</b>  | <b>xvii</b> |
| <b>1. INTRODUCTION</b>  | <b>1</b>    |
| 1.1 L'importance des pêches   | 1           |
| 1.2 Gestion des ressources halieutiques   | 1           |
| 1.3 Recherche en ressources halieutiques  | 3           |
| 1.4 Évaluation des ressources halieutiques  | 3           |
| <b>2. MODELES ET TAUX</b>   | <b>5</b>    |
| 2.1 Modèles   | 5           |
| 2.2 Taux  | 7           |
| 2.3 Modèle linéaire simple  | 11          |
| 2.4 Modèle exponentiel  | 14          |
| <b>3. COHORTE</b>   | <b>17</b>   |
| 3.1 Cohorte – Introduction  | 17          |
| 3.2 Évolution en nombre d'une cohorte, dans un intervalle de temps                                | 18          |
| 3.3 Capture en nombre dans un intervalle de temps   | 22          |
| 3.4 Croissance individuelle   | 23          |
| 3.5 Biomasse et capture en poids, dans l'intervalle $T_i$   | 31          |
| 3.6 Cohorte pendant toute la vie exploitable  | 32          |
| 3.7 Simplification de Beverton et Holt  | 34          |
| <b>4. STOCK</b>   | <b>37</b>   |
| 4.1 Stock pendant une année   | 37          |
| 4.2 Régime de pêche pendant un an   | 40          |
| 4.3 Prévisions du stock à court terme (CT)  | 41          |
| 4.4 Prévision du stock à long terme (LT)  | 41          |
| 4.5 Relation stock-recrutement (S-R)  | 45          |
| 4.6 Relation entre R et $\bar{B}$ résultante (Relation R-S)                                       | 49          |
| <b>5. POINTS DE REFERENCE BIOLOGIQUE ET MESURES DE REGLEMENTATION</b>                             | <b>52</b>   |
| 5.1 Points de référence biologique pour la gestion et la conservation des ressources halieutiques | 52          |
| 5.2 Points-cible de référence biologique ( $F_{max}$ , $F_{0.1}$ , $F_{med}$ et $F_{MSY}$ )       | 54          |
| 5.3 Points limite de référence biologique ( $B_{loss}$ , $MBAL$ , $F_{crash}$ et $F_{loss}$ )     | 61          |
| 5.4 Points de référence de précaution - $F_{pa}$ , $B_{pa}$                                       | 62          |
| 5.5 Mesures de réglementation des pêches  | 63          |

# TABLE DES MATIERES

|  | Page       |
|--|------------|
| <b>6. MODELES DE PRODUCTION</b>  | <b>66</b>  |
| 6.1 Supposition de base pour l'évolution de la biomasse d'un stock non exploité                                | 66         |
| 6.2 Stock exploité   | 66         |
| 6.3 Approximation du taux instantané, $tir(B_i)$ , par le taux moyen, $tmr(\bar{B}_i)$ dans l'intervalle $T_i$ | 67         |
| 6.4 Prévisions à long terme (LT) – Conditions d'équilibre  | 68         |
| 6.5 Indices de biomasse et de niveau de pêche  | 68         |
| 6.6 Points-cible de référence biologique (TRP)   | 69         |
| 6.7 Types de modèles de production   | 70         |
| 6.8 Prévisions à court terme (CT)  | 76         |
| <b>7. ESTIMATION DE PARAMETRES</b>   | <b>82</b>  |
| 7.1 Régression linéaire simple – Méthode des moindres carrés   | 82         |
| 7.2 Modèle linéaire généralisé – Régression linéaire multiple – Méthode des moindres carrés                    | 85         |
| 7.3 Modèle non-linéaire – Méthode de Gauss-Newton – Méthode des moindres carrés                                | 88         |
| 7.4 Estimation de paramètres de croissance   | 92         |
| 7.5 Estimation de $M$ – coefficient de mortalité naturelle   | 93         |
| 7.6 Estimation de $Z$ – coefficient de mortalité total   | 96         |
| 7.7 Estimation des paramètres de la relation stock-recrutement (S-R)   | 102        |
| 7.8 Estimation de la matrice $[F]$ et de la matrice $[N]$ – Analyse de cohortes – AC et LCA                    | 103        |
| <b>8. EXERCICES</b>  | <b>112</b> |
| 8.1 Révision mathématique  | 112        |
| 8.2 Taux   | 114        |
| 8.3 Modèle linéaire simple   | 115        |
| 8.4 Modèle exponentiel   | 116        |
| 8.5 Cohorte – Évolution en nombre  | 117        |
| 8.6 Cohorte – Capture en nombre  | 118        |
| 8.7 Croissance individuelle en longueur et en poids  | 120        |
| 8.8 Cohorte durant toute la vie – Biomasse et capture en poids   | 123        |
| 8.9 Cohorte durant toute la vie – Simplification de Beverton et Holt   | 125        |
| 8.10 Stock – Prévisions à court terme  | 126        |



## TABLE DES MATIERES

|  | Page |
|--|------|
| 8.11 Stock – Prévisions à long terme   | 128  |
| 8.12 Relation stock-recrutement  | 130  |
| 8.13 $F_{max}$   | 131  |
| 8.14 $F_{0.1}$   | 132  |
| 8.15 $F_{med}$   | 133  |
| 8.16 MBAL et $B_{loss}$  | 135  |
| 8.17 $F_{loss}$ et $F_{crash}$   | 136  |
| 8.18 Modèles de production (équilibre) – Schaefer  | 138  |
| 8.19 Modèles de production (équilibre) – Indices d'abondance et de niveau de pêche   | 139  |
| 8.20 Modèles de production – Prévisions à court terme  | 140  |
| 8.21 Régression linéaire simple – Estimation des paramètres de la relation W-L et paramètres de croissance (Ford-Walford, Gulland et Holt et Stamatopoulos et Caddy) | 141  |
| 8.22 Modèle linéaire multiple – Révision de matrices – Estimation des paramètres du modèle intégré de Fox (IFOX)   | 143  |
| 8.23 Régression non linéaire – Estimation des paramètres de croissance et de la relation S-R (méthode de Gauss-Newton)   | 146  |
| 8.24 Estimation de M   | 147  |
| 8.25 Estimation de Z   | 149  |
| 8.26 Analyse de cohortes par âges (AC)   | 151  |
| 8.27 Analyse de cohortes par longueur (LCA)  | 155  |
| 8.28 Examen – Partie écrite  | 157  |

## GLOSSAIRE DES TERMES TECHNIQUES UTILISES DANS LE MANUEL

**Biomasse (B)** – Poids d'un individu ou d'un groupe d'individus contemporains d'un effectif.

**Biomasse de ponte ou adulte (BD)** - Partie du stock (ou d'une cohorte) qui a pondu au moins une fois.

**Biomasse vierge (Bv)** – Biomasse du stock non exploité.

**Capacité de soutien (k)** – Capacité de l'environnement pour maintenir le stock qui y habite. Théoriquement, c'est la limite de la biomasse non exploitée (voir taux intrinsèque de croissance de la biomasse,  $r$ ).

**Capture en nombre (C)** – Nombre d'individus capturés.

**Capture en poids (Y)** – Biomasse du stock retiré par la pêche. La capture peut ne pas correspondre au *poids débarqué*. La différence entre les deux valeurs, capture en poids et débarquement, est due en grande partie aux *rejets à la mer* d'une partie de la prise qui, pour quelque motif (prix, qualité, difficultés d'espace ou juridiques), n'intéresse pas pour débarquer.

**Coefficient de capturabilité (q)** – Fraction de la biomasse qui est capturée par unité d'effort de pêche.

**Coefficient de croissance individuelle (K)** – Taux instantané de diminution d'une fonction du poids individuel,  $w$ , soit,  $H(w_{\infty}) - H(w)$ , où  $w_{\infty}$  est le *poids individuel asymptotique* et  $H(w)$  une fonction de  $w$  (fréquemment une fonction puissance, incluant la fonction logarithmique qui peut être considérée comme une fonction limite de puissance). Les modèles adoptés pour la fonction  $H(w)$  contiennent deux constantes,  $w_{\infty}$  et  $K$ . Quelques modèles introduisent un autre paramètre,  $1/b$ , qui sert à obtenir une relation générale qui inclut les relations de croissance individuelles plus communes.

**Cohorte** – Ensemble des individus d'une ressource halieutique nés d'une même époque de ponte.

**Effectif d'une cohorte ou d'un stock (N)** – Nombre d'individus survivants dans un certain moment ou intervalle de temps.

**Indice d'abondance (U)** – Caractéristique en rapport avec la biomasse disponible de la ressource, de préférence proportionnelle à celle-ci. La capture par unité d'effort, *cpue* (spécialement quand la capture est exprimée dans les unités appropriées) peut être une de ces caractéristiques.

**Modèles de production** – Modèles qui considèrent la biomasse du stock dans sa généralité, c'est-à-dire qu'ils ne tiennent pas compte de la structure du stock par âges ou longueurs. Ces modèles ne s'appliquent qu'à des analyses qui considèrent des changements du niveau de pêche et, par conséquent, ne permettent pas d'analyser les effets de changement du régime d'exploitation dans les captures et biomasses.

**Modèles structuraux** – Modèles qui considèrent la structure du stock par âges ou longueurs. Ces modèles permettent l'analyse des effets de changement du niveau de pêche et aussi du régime d'exploitation dans les captures et biomasses.

**Niveau Minimum Acceptable de Biomasse (MBAL)** – Point Limite de Référence Biologique qui indique un niveau de biomasse de ponté au-dessous duquel les biomasses observées pendant une période d'années sont réduites et les recrutements associés sont inférieurs au recrutement moyen ou médian.

**Nombre total de morts (D)** – Nombre total d'individus qui meurent pendant une certaine période de temps.

**Point de précaution de Référence Biologique (PaRP)** – Point de référence biologique, établi en accord avec le principe de précaution et qui indique des niveaux de biomasse (Bpa) et de pêche (Fpa), en ce qui concerne la garantie de reproduction du stock ayant comme finalité la conservation des ressources et la détermination de la capture possible. À noter que la présentation des suppositions et des méthodes utilisées pour la détermination des PaRPs est indispensable.

**Point de Référence Biologique (PRB)** – C'est une valeur, normalement de F ou de B, destinée à la gestion d'une pêcherie, en prenant en considération la *meilleure capture possible* et/ou garantissant la *conservation* de la ressource halieutique. Il y a des PRB établis sur des prévisions à long terme (LT), des PRBs établis sur des valeurs observées pendant une certaine période d'années et des PRBs établis sur les deux critères antérieurs. Les PRBs peuvent être des *Points-cible (TRP)*, des *Points-Limites (LRP)*, et des *Points-de précaution (PaRP)*. Dans ce manuel les points de référence biologique suivants sont cités:  $F_{max}$ ,  $F_{0.1}$ ,  $F_{alto}$ ,  $F_{med}$ ,  $F_{MSY}$ ,  $F_{low}$ ,  $F_{crash}$ ,  $B_{max}$ ,  $B_{0.1}$ ,  $B_{med}$ ,  $B_{MSY}$ ,  $B_{low}$ , MBAL. D'autres points de référence biologique utilisés dans la gestion, comme  $F_{30\%SPR}$ , ne sont pas mentionnés dans ce manuel.

**Point-Cible de Référence Biologique (TRP)** – Point de référence biologique qui indique des *objectifs* ou cibles, à long terme, pour la gestion d'une pêcherie, en tenant compte de la *meilleure capture possible* et en garantissant la conservation de la ressource.

**Point-Limite de Référence Biologique (LRP)** – Point de référence biologique qui indique des *limites* pour l'exploitation des pêches en ce qui concerne la garantie d'auto-reproduction du stock, visant ainsi la conservation de la ressource.

**Principe de précaution** – Ce principe établi que des lacunes d'information ne justifient pas l'absence de mesures de gestion. Bien au contraire, l'établissement de mesures de gestion est plus impératif quand il s'agit de la conservation des ressources. À noter que la présentation de suppositions et de méthodes utilisées pour la détermination de la base scientifique des mesures de gestion est indispensable.

**Quota (Q)** – Chacune des fractions en quoi le TAC est divisé.

**Quota Individuel (QI)** – Quota attribuée à un bateau.

**Quotas Individuels Transférables (ITQ)** – Système de gestion des pêches caractérisé par la vente aux enchères des quotas individuels, c'est-à-dire les quotas individuels de chaque bateau.

**Recrutement à la phase exploitable (R)** – Effectif des individus d'un stock qui chaque année entrent pour la première fois dans l'aire de pêche.

**Recrutement partiel** - (voir Régime d'exploitation)

**Régime d'exploitation d'un engin (s)** – Fraction d'individus d'une certaine longueur disponibles pour l'engin qui les capturent. Aussi mentionné comme *Sélectivité* ou *recrutement partiel*.

**Sélectivité** - (voir Régime d'exploitation)

**Stock** – Ensemble des survivants des cohortes d'une ressource halieutique, dans un certain espace ou période de temps. Peut vouloir dire biomasse ou nombre d'individus.

**Stock-Recrutement (S-R)** – Relation entre le stock parental (biomasse de ponte) et le recrutement qui en résulte (normalement le nombre de recrues à la phase exploitable). Les modèles adoptés pour la relation contiennent deux constantes,  $\alpha$  et  $k$ .  $k$  a la dimension physique de (poids) et  $\alpha$  a la dimension de (poids)<sup>1</sup>. Quelques modèles introduisent un autre paramètre,  $c$ , qui permet d'obtenir une relation générale qui inclut les relations les plus communes.

**Taux annuel de Survie (S)** – Taux annuel moyen de survie des individus d'une cohorte pendant un an et par rapport à l'effectif initial.

**Taux d'exploitation (E)** – Raison entre le nombre d'individus qui sont capturés et le nombre d'individus qui meurent, pendant un certain temps, soit  $E = C/D$ .

**Taux instantané absolu de variation de  $y$ ,  $tla(y)$**  – Vitesse de variation de la fonction  $y(x)$ , à l'instant  $x$ .

**Taux instantané de mortalité naturelle (M) ou Coefficient de mortalité naturelle** – Taux relatif instantané de la variation du nombre de survivants qui meurent pour d'autres causes que la pêche.

**Taux instantané de mortalité par pêche (F) ou Coefficient de mortalité par pêche** – Taux relatif instantané de la variation du nombre de survivants qui meurent pour toutes les causes de la pêche.

**Taux Instantané de mortalité totale (Z) ou Coefficient de mortalité totale** – Taux relatif instantané de la variation du nombre de survivants qui meurent dû à toute les causes.  $Z$ ,  $F$  et  $M$  ont pour relation l'expression suivante:  $Z=F+M$ .

**Taux Intrinsicque de croissance de la biomasse (r)** - Constante des *modèles de Production* qui représente le taux instantané de diminution de la fonction  $H(K)-H(B)$ , où  $B$  est la biomasse,  $H(B)$  est une fonction de la biomasse totale (fréquemment une fonction-potence, incluant la fonction logarithmique qui peut être considérée comme une fonction limite de puissance) et  $k$  est la **capacité de soutien** de l'environnement. Quelques modèles introduisent un autre paramètre,  $p$ , qui sert à obtenir une relation générale qui inclut les fonctions plus communes.

**Taux moyen absolu de variation de  $y$ ,  $tma(y)$**  – Vitesse moyenne de variation de la fonction  $y(x)$ , durant un intervalle de  $x$ .

**Taux moyen relatif de variation de  $y$ ,  $tmr(y)$**  – Vitesse moyenne de variation de la fonction  $y(x)$  relative à une valeur de  $y$ , durant un intervalle  $x$ .

**Taux relatif instantané de variation de  $y$ ,  $tir(y)$** - Vitesse de la variation de la fonction  $y(x)$  relativement à la valeur de  $y$  à l'instant  $x$ .

**Total Autorisé de Capture (TAC)** – Mesure de gestion qui limite le total de capture annuel d'une ressource halieutique visant limiter indirectement la mortalité par la pêche. Le TAC peut être réparti par *Quotas (Q)* en utilisant des critères différents comme pays, régions, flottilles ou bateaux.

## SYMBOLES

| Symboles                 | Indicatifs de:   |
|--------------------------|--|
| <b>a</b>                 | Constante du modèle linéaire simple (ordonnée à l'origine)                           |
| <b>b</b>                 | Constante du modèle linéaire simple (taux absolu de variation de la caractéristique) |
| <b>B</b>                 | Biomasse   |
| <b>BD</b>                | Biomasse de ponte  |
| <b>C</b>                 | Capture, en nombre   |
| <b>c</b>                 | Constante des relations Stock-Recrutement (généralise les modèles)                   |
| <b>C<sub>const</sub></b> | Constante non définie  |
| <b>C<sub>te</sub></b>    | Constante non définie  |
| <b>D</b>                 | Nombre total de morts  |
| <b>E</b>                 | Taux d'exploitation  |
| <b>F</b>                 | Coefficient de mortalité par pêche (taux instantané de mortalité par pêche)          |
| <b>H</b>                 | Fonction générique   |
| <b>ITQ</b>               | Quotas Individuels Transférables   |
| <b>K</b>                 | Constante des modèles de croissance individuelle                                     |
| <b>k</b>                 | Constante des relations Stock-Recrutement  |
| <b>k</b>                 | Constante des modèles de production (Capacité de soutien)                            |
| <b>l</b>                 | Longueur totale d'un exemplaire  |
| <b>L</b>                 | Longueur totale d'un exemplaire  |
| <b>M</b>                 | Coefficient de mortalité naturelle (taux instantané de mortalité naturelle)          |
| <b>MBAL</b>              | Niveau Minimum Acceptable de Biomasse (point limite de référence biologique)         |
| <b>N</b>                 | Effectif d'une cohorte   |
| <b>p</b>                 | Constante des modèles de production (généralise les modèles)                         |
| <b>q</b>                 | Coefficient de capturabilité   |
| <b>r</b>                 | Constante des modèles de production (taux intrinsèque)                               |
| <b>R</b>                 | Recrutement à la phase exploitable   |
| <b>r<sup>2</sup></b>     | Coefficient de détermination   |
| <b>S</b>                 | Taux annuel de survie  |

| Symboles                   | Indicatifs de:  |
|----------------------------|---|
| <b>S</b>                   | Biomasse adulte ou totale (dans la relation <b>S-R</b> )                                    |
| <b>s</b>                   | Régime d'exploitation (sélectivité)   |
| <b>SQ</b>                  | Somme des Carrés des écarts   |
| <b>S-R</b>                 | Relation Stock-Recrutement  |
| <b>t</b>                   | Instant de temps  |
| <b>T</b>                   | Intervalle de temps   |
| <b>TAC</b>                 | Total Autorisé de Capture   |
| <b>tia(y)</b>              | Taux instantané absolu de variation de y  |
| <b>tir(y)</b>              | Taux instantané relatif de variation de y   |
| <b>tma(y)</b>              | Taux moyen absolu de variation de y   |
| <b>tmr(y)</b>              | Taux moyen relatif de variation de y  |
| <b>TRP</b>                 | Point-cible de référence biologique   |
| <b>U</b>                   | Indice d'abondance  |
| <b>V</b>                   | Fonction auxiliaire pour la détermination de $F_{0.1}$                                      |
| <b>W</b>                   | Poids individuel  |
| <b>Y</b>                   | Capture en poids  |
| <b>Z</b>                   | Coefficient de mortalité totale (taux instantané de mortalité totale)                       |
| <b><math>\alpha</math></b> | Constante des relations Stock-Recrutement (valeur limite de $R/S$ quand $S \rightarrow 0$ ) |

## CARACTERES EN INDICE

Les caractéristiques de ce glossaire apparaissent souvent comme index, ainsi, il a été jugé nécessaire de présenter les définitions de ces souscrits.

| Caractères en indice        | Indicatifs de:  |
|-----------------------------|---|
| <b>\$</b>                   | Valeur économique de la caractéristique respective de la cohorte  |
| <b><math>\lambda</math></b> | Âge maximal   |
| <b>0.1</b>                  | Valeur de <b>F</b> (et d'autres caractéristiques de la cohorte où le taux instantané absolu de la prise par recrue est 10% du taux maximum – stock non exploité)                          |
| <b>c</b>                    | Recrutement à la pêche  |
| <b>crash</b>                | Valeur de <b>F</b> qui à long terme correspond à la valeur de chute de la biomasse de ponte   |
| <b>E</b>                    | Valeur des caractéristiques de la cohorte correspondant à un point d'équilibre quand on considère la relation stock-recrutement, avec <b>R</b> non constant                               |
| <b>i</b>                    | Âge   |
| <b>infl</b>                 | Valeur de la caractéristique correspondant à un point d'inflexion de quelque relation entre cette caractéristique et une autre variable   |
| <b>l</b>                    | Longueur  |
| <b>lim</b>                  | Valeur de <b>B</b> (et de <b>F</b> ) correspondante à un point-limite de référence biologique   |
| <b>loss</b>                 | Valeur de <b>B</b> (et du <b>F</b> associé) correspondant à la biomasse de ponte minimum observée   |
| <b>man</b>                  | Relatif au stock  |
| <b>max</b>                  | Valeur de <b>F</b> (et d'autres caractéristiques de la cohorte) où la capture en poids par recrue est maximale.   |
| <b>med</b>                  | Valeur de <b>F</b> qui à long terme produira une biomasse de ponte par recrue égale à la valeur médiane des biomasses de ponte par recrue observée pendant une certaine période d'années. |
| <b>MSY</b>                  | Valeur de <b>F</b> (et d'autres caractéristiques du stock) où la capture totale (en poids) à long terme sera maximale.  |
| <b>r</b>                    | Recrutement à la phase exploitée  |

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Bertalanffy, L. Von (1938). A quantitative theory of organic growth. *Hum. Biol.*, 10 (2): 181-213.
- Beverton, R.J.H. & Holt, S.J. (1957). On the dynamics of exploited fish populations. U.K. Min. Agric. Fish., *Fish. Invest* (Ser. 2) 19: 533 p.
- Caddy, J.F. & Mahon, R. (1995). Reference points for fishery management. *FAO Fish. Tech. Pap.* 349: 80p.
- Cadima, E. (1991). Some relationships among biological reference points in general production models. *ICCAT, Coll. Vol. Sc. Papers*, (39):27-30.
- Cadima, E. & Pinho, M.R. (1995). Some theoretical consideration on non equilibrium production models. *ICCAT, Coll. Vol. Sc. Papers*, (45):377-384.
- Cadima, E. & Palma, C. (1997). Cohort analysis from annual length catch compositions. WD presented to the Working Group on the assessment of the Southern Shelf Demersal Stocks. Copenhagen, 1-10 September, 1997.
- Cadima, E. & Azevedo, M. (1998). A proposal to select reference points for long term fishery management objectives. ICES, C.M. 1998/T:9, 18p.
- Cardador, F. (1988). Estratégias de exploração do stock de pescada, *Merluccius merluccius* L., das águas Ibero-Atlânticas. Efeitos em stocks associados. Dissertação apresentada para provas de acesso à categoria de Investigador Auxiliar. IPIMAR (*mimeo*)
- CE (1994). Report of the southern hake task force. Lisbon, 10-14 October, 1994.
- Clark, W.G. (1991). Groundfish exploitation rates based on life history parameters. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.*, 48: 734-750.
- Clark, W.G. (1993). The effect of recruitment variability on the choice of target level of spawning biomass per recruit. pp 233-246 In: Kruse, G.; Eggers, D.M.; Marasco, R.J.; Pautzke, C. & Quinn, T.J. (eds.). Proceedings of the International Symposium on Management Strategies for Exploited Fish Populations. *Alaska Sea Grant College Program Report* N° 93-02, Fairbanks, University of Alaska.
- Cushing, D.H. (1996). Towards a science of recruitment in fish populations. In: Excellence in Ecology. Book 7, Ecology Institut, Oldendorf/Scuhe, Germany.
- Deriso, R.B. (1980). Harvesting strategies and parameter estimation for an age-structured model. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.*, 37: 268-282.
- Duarte, R.; Azevedo, M. & Pereda, P. (1997). Study of the growth of southern black and white monkfish stocks. *ICES J. mar. Sci.*, 54: 866-874.
- FAO (1995). Code of Conduct for Responsible Fisheries, Rome, FAO, 41 p.
- FAO (1996). Precautionary approach to fisheries. *FAO Fish. Tech. Pap.* 350 (2): 210p.
- Ford, E. (1933). An account of the herring investigations conducted at Plymouth during the years from 1924-1933. *J. Mar. Biol. Assoc., N.S.*, 19: 305-384.
- Fox, W.W.Jr. (1970). An exponential surplus-yield model for optimizing exploited fish populations. *Trans. Am. Fish Soc.*, 99: 80-88.



- Garrod, G.J. (1969). Empirical assessment of catch/effort relationships in the North Atlantic cod stocks. *Res. Bull. ICNAF*, 6: 26-34.
- Gompertz, B. (1825). On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies. *Phil. Trans. Royal Society*, 115 (1): 513-585.
- Gulland, J.A. (1959). Fish Stock Assessment: A manual of basic methods. FAO/Wiley series, 223 p.
- Gulland, J.A. & Boerema, L.K. (1973). Scientific advice on catch levels. *Fish. Bull.* 71 (2): 325-335
- Gulland, J.A. & Holt, S.J. (1959). Estimation of growth parameters for data at unequal time intervals. *J. Cons. ICES*, 25 (1): 47-49.
- Gunderson, D.R. (1980). Using r-K selection theory to predict natural mortality. *Can. J. Fish Aquat. Sci.* 37: 2266-2271.
- Hilborn, R. & Walters, C.J. (1992). *Quantitative Fisheries Stock Assessment: Choice, Dynamics and Uncertainty*. New York, Chapman and Hall, 570 p.
- ICES (1996). Report of the Northern Pelagic and Blue Whiting Fisheries Working Group. Bergen, 23-29 April 1996. ICES CM 1996/Assess:14
- ICES (1997a). Report of the Working Group on the Assessment of Southern Shelf Demersal Stocks. Copenhagen, 3-12 September 1996. ICES CM 1997/ASSESS:5
- ICES (1997b). Report of the Working Group on the Assessment of Mackerel, Horse Mackerel, Sardine and Anchovy. Copenhagen, 13-22 August 1996. ICES CM 1997/ASSESS:3
- ICES (1997c). Report of the Working Group on the Assessment of Southern Shelf Demersal Stocks. Copenhagen, 3-12 September 1996. ICES CM 1997/ASSESS:5
- ICES (1997d). Report of the Comprehensive Fishery Evaluation Working Group. Copenhagen, 25 June - 04 July 1997. ICES CM 1997/ASSESS:15.
- ICES (1998a). Report of the Study Group on the Precautionary Approach to Fisheries Management. Copenhagen, 3-6 February 1998. ICES CM 1998/ACFM: 10
- ICES (1998b). Report of the Working Group on the Assessment of Mackerel, Horse Mackerel, Sardine and Anchovy. Copenhagen, 9-18 September 1997. ICES CM 1998/ASSESS:6
- ICES (1998c). Report of the Working Group on the Assessment of Southern Shelf Demersal Stocks. Copenhagen, 1-10 September 1997. ICES CM 1998/ASSESS:4
- ICES (1998d). Report of the Working Group on the Assessment of Northern Shelf Demersal Stocks. Copenhagen, 16-25 June 1997. ICES CM 1998/ASSESS:1
- Jones, R. (1961). The assessment of the long term effects of changes in gear selectivity and fishing effort. *Mar. Res. Scot.*, 2, 19p.
- Jones, R. & van Zalinge, N.P. (1981). Estimates of mortality rate and population size for shrimp in Kuwait waters. *Kuwait Bull. Mar. Sci.*, 2: 273-288.
- Lotka, A.J. (1925). *The Elements of Physical Biology*. Baltimore, Williams and Wilkins.
- Marquardt, D.W. (1963). An algorithm for least squares estimation of non-linear parameters. *J. Soc. Ind. Appl. Math.*, 2: 431-441.

- Mattos e Silva, G.O. (1995). Aplicação de modelos de produção geral em condições de não-equilíbrio para a avaliação do manancial de gamba *Parapenaeus longirostris* (Lucas, 1846) da costa sul portuguesa. Dissertação apresentada para obtenção do grau de Mestre em Estudos Marinhos e Costeiros. UAL, Unidade de Ciências e Tecnologias dos Recursos Aquáticos, Faro, 96 p.
- Megrey, B. (1989). Review and comparison of age-structured stock assessment models from theoretical and applied points of view. *Am. Fish. Soc. Symp.*, 6: 8-48.
- Paloheimo, J.E. (1961). Studies on estimation of mortalities. Comparison of a method described by Beverton and Holt and a new linear formula. *J. Fish. Res. Bd. Can.*, 18 (5): 645-662.
- Pauly, D. (1980). On the interrelationships between natural mortality, growth parameters and mean environmental temperature in 175 fish stocks. *J. Cons. Int. Explor. Mer.*, 39: 175-192.
- Pella, J.J. & Tomlinson, P.K. (1969). A generalized stock production model. *Bull. Inter. Am. Trop. Tuna Comm.*, 13: 419-496.
- Pestana, G. (1989). Manancial Ibero-Atlântico de sardinha, *Sardina pilchardus*, Walb., sua avaliação e medidas de gestão. Dissertação original para provas de acesso à categoria de Investigador Auxiliar. IPIMAR, 192 p. (mimeo).
- Pope, J.G. (1972). An investigation of the accuracy of virtual population analysis using cohort analysis. *Res. Bull. ICNAF*, 9: 65-74.
- Prager, M.H. (1994). A nonequilibrium surplus-production model. *Fish. Bull.* 92 (2): 372-389
- Prager, M.H. (1995). User's Manual for ASPIC: a stock-production model incorporating covariates, program version 3.6x. Miami Lab. Doc. MIA-92/93-55
- Richards, F.J. (1959). A flexible growth function for empirical use. *J. Exp. Bot.*, 10: 290-300.
- Ricker, W.E. (1954). Stock and recruitment. *J. Fish. Res. Bd. Can.*, 11: 559-623.
- Ricker, W.E. (1958). Handbook of computation for biological statistical of fish population. *Bull. Fish. Res. Bd. Can.*, 119: 300p.
- Ricker, W.E. (1969). Effects of size-selective mortality and sampling bias on estimates of growth, mortality, production and yield. *J. Fish. Res. Bd. Can.*, 26: 479-541.
- Ricker, W.E. (1975). Computation and interpretation of biological statistics of fish population. *Bull. Fish. Res. Bd. Can.*, 191: 382p
- Rikhter, J.A. & Efanov, V.N. (1976). On one of the approaches to estimation of natural mortality of fish population. *ICNAF 76/VI/8*, 12 p.
- Rosenberg, A.A.; Kirkwood, G.P.; Crombie, J.A. & Beddington, J.P. (1990). The assessment of stocks of annual squid species. *Fish. Res.* 18:335-350.
- Sætersdal, G. (1984). Investigação, gestão e planificação pesqueiras. *Revista de Investigação Pesqueira*. 9. Instituto de Investigação Pesqueira. Maputo. R.P.M.: 167-186.
- Schaefer, M. (1954). Some aspects of the dynamics of populations important to the management of the commercial marine fisheries. *Bull. Inter. An. Trop. Tuna Comm.*, 1 (2): 27-56.

- Shepherd, J.G. (1982). A versatile new stock-recruitment relationship for fisheries, and the construction of sustainable yield curves. *J. Cons. Int. Explor. Mer*, 40 (1): 67-75.
- Sparre, P. & Venema, S.C. (1997). Introdução à avaliação de mananciais de peixes tropicais. *FAO Doc. Téc.Pescas*, 306/1 Rev 2. (Parte 1 & 2): 404 & 94 pp.
- Stamatopoulos, C. & Caddy, J.F. (1989). Estimation of Von Bertalanffy growth parameters: a versatile linear regression approach. *J. Cons. Int. Explor. Mer*, 45: 200-208.
- Tanaka, S. (1960). Studies on the dynamics and the management of fish populations. *Bull. Tokai. Reg. Fish. Res. Lab.*, 28: 1-200.
- Volterra, V. (1928). Variations and fluctuations of the number of individuals in animal species living together. *J. Cons. Int. Expl. Mer*, 3 (1): 3-51.
- Yoshimoto, S.S. & Clarke, R.P. (1993). Comparing dynamic versions of the Schaefer and Fox production models and their application to lobster fisheries. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 50: 181-189.
- Walford, L.A. (1946). A new graphic method of describing the growth of animals. *Biol. Bull. Mar. Biol. Lab. Woods Hole*, 90: 141-147.

# CHAPITRE 1 - INTRODUCTION

## 1.1 L'IMPORTANCE DES PECHEES

L'importance des pêches pour un Pays ne peut pas être uniquement jugée par sa contribution au PIB (environ 1,5%), mais doit tenir compte du fait que les ressources et les produits de la pêche sont des composants fondamentaux de l'alimentation et de l'emploi.

Un autre aspect qui rend les ressources halieutiques si importantes est leur caractère auto-renouvelable. Cela signifie que si une ressource halieutique, ou toute autre ressource biologique auto-renouvelable, est bien gérée sa durée est quasiment illimitée, contrairement à ce qui se passe avec les ressources minérales.

Une conclusion importante est que les caractéristiques biologiques doivent être la base vitale pour la conservation et la gestion des ressources halieutiques. (Ceci ne signifie pas que l'on doive dédaigner les effets sociaux ou économiques, ou autres, dans la gestion des pêches).

Dans le cas particulier du Portugal on peut affirmer que la contribution de la pêche au PIB est inférieure à 1,5%. Toutefois, dans le contexte de l'alimentation, par exemple, la valeur annuelle de 60 kg par habitant de consommation de poisson, est une valeur élevée, et seulement dépassée par les capitalisations de poisson de l'Islande, du Japon et de quelques petites nations insulaires. On considère également que 40% des protéines nécessaires proviennent de la pêche, ce qui correspond à 15% des dépenses d'alimentation de la population portugaise.

Du point de vue social on calcule qu'il existe actuellement 34 000 pêcheurs au Portugal. Sachant que chaque poste de travail en mer génère 4 à 5 postes de travail à terre (dans l'industrie des conserves, congelés et farines, la commercialisation, l'administration, la recherche et formation, etc....) l'on peut dire que dans les divers secteurs en amont et en aval de la pêche au Portugal travaillent environ 150 000 Portugais. Sans exagération on peut affirmer qu'environ un demi-million de Portugais dépendent des activités de la pêche, si l'on considère l'unité familiale composée d'un minimum de 3 personnes.

## 1.2 GESTION DES RESSOURCES HALIEUTIQUES

Sætersdal (1984) a défini le principe général de la gestion des pêches comme étant:

**"Obtenir la MEILLEURE utilisation POSSIBLE de la ressource  
pour le bénéfice de la COMMUNAUTÉ"**

Pour chaque cas concret il faudra décider ce que l'on entend par meilleure, possible et communauté.

En effet, meilleure peut signifier:

- la plus grande quantité capturée
- la plus grande valeur de la capture
- le plus grand profit (différence entre la valeur de la capture et les coûts d'exploitation)

- Plus de devises
- Plus d'emplois, etc.

Communauté peut aussi vouloir dire:

- La population du monde
- La Communauté Européenne (CE)
- Un pays
- Une région
- Groupes d'intérêt (pêcheurs, armateurs, consommateurs, ...)

Possible

Noter que l'aspect auto-renouvelable des ressources halieutiques ne peut être oublié et, qu'il est indispensable d'assurer sa conservation afin que le principe général puisse être appliqué pendant de longues années. Cette proposition signifie que conserver seulement pour conserver les divers éléments d'un écosystème en donnant à tous les éléments la même importance n'est pas une attitude raisonnable.

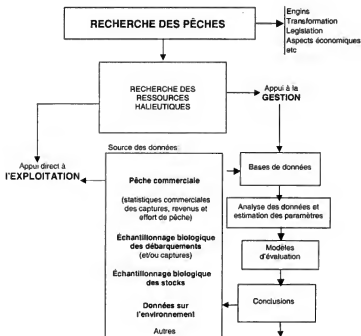


Figure 1.1 Les divers secteurs de l'activité des pêches

### 1.3 RECHERCHE EN RESSOURCES HALIEUTIQUES

Le schéma (Figure 1.1) illustre que la recherche sur les ressources halieutiques regroupe plusieurs secteurs de l'activité des pêches. Dans ce cours, les modèles d'évaluation destinés à soutenir la gestion des pêches seront une préoccupation constante. Parmi les divers travaux sur l'évaluation des ressources halieutiques, quelques livres et/ou manuels constituent une référence obligatoire, parmi lesquels Beverton & Holt (1956), Ricker (1958, 1975) et Gulland (1964, 1983).

### 1.4 EVALUATION DES RESSOURCES HALIEUTIQUES

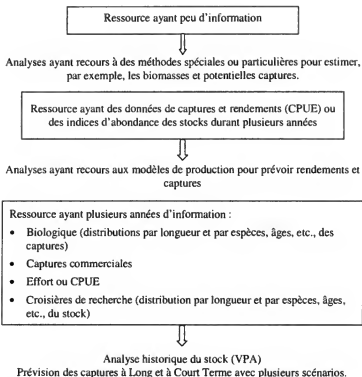
Pour évaluer une ressource halieutique il est nécessaire:

- d'avoir accès aux bases de données correctes
- de préparer les analyses les plus importantes.
- de réaliser des prévisions à Court et à Long Terme des captures et des stocks
- de déterminer les points de référence biologiques à Long Terme
- d'estimer les effets à Court et à Long Terme sur les captures et sur les stocks des différentes stratégies d'exploitation des pêches.

Les diverses étapes d'une évaluation peuvent être résumées ainsi:

- a) Décrire les objectifs concrets de l'évaluation conformément à la phase de développement de la pêche et à l'information disponible.
- b) Promouvoir la collection d'information:
  - Statistiques commerciales de la pêche: captures (totale et par ressource), revenus, effort de pêche (nombre de marées, jours, prises, temps de pêche, etc.), engins utilisés.
  - Régime d'opération des flottilles et de leurs engins de pêche, etc.
  - Échantillonnage biologique dans les ports de débarquement
  - Échantillonnage biologique (et information sur la pêche) à bord des navires commerciaux
  - Échantillonnage biologique à bord des navires de recherche.
- c) Procéder aux analyses

L'état des connaissances sur la ressource et les données de bases disponibles détermine le type de modèle à utiliser et par conséquent le type d'analyses qui peuvent être réalisées. À titre d'exemple, suivent quelques situations réelles et générales:



### ***Commentaires***

1. L'absence d'information peut empêcher quelques prévisions mais n'empêche pas d'autres types d'analyses.
2. Le principe de précaution oblige à la réalisation d'estimations (même grossières) dont il sera question plus tard.

## CHAPITRE 2 - MODELES ET TAUX

### 2.1 MODELES

La science construit des modèles ou théories pour expliquer les phénomènes. Les phénomènes sont observés et des relations, des causes et des explications sont recherchées. Les observations sont réalisées sur l'évolution des grandeurs (caractéristiques) par rapport au temps (ou à d'autres caractéristiques) et en tenant compte des causes (facteurs) possibles.

- Physique - *phénomène du mouvement des corps* (caractéristiques - espaces parcourus par rapport aux temps dépensés à les parcourir)
- Biologie - *phénomène de la croissance* (caractéristique - longueur ou poids, par rapport au temps)

#### 2.1.1 STRUCTURE D'UN MODELE

##### *Suppositions de base*

- elles simplifient la réalité
- elles doivent être simples et "traitables" mathématiquement
- elles ne peuvent pas être contradictoires
- elles ne se démontrent pas
- elles sont établies sur les caractéristiques

Les suppositions de base se reportent normalement à l'évolution des caractéristiques et sont établies à partir des taux de variation de ces caractéristiques.

##### *Relations (propriétés)*

- déduites à partir des suppositions de base ou des relations déduites antérieurement par les lois de la logique (mathématique). Les propriétés sont aussi désignées par:

"résultats" ou "conclusions" du modèle

##### *Vérification*

- les résultats du modèle doivent être cohérents (concorder avec la réalité)

la vérification suppose l'observation (pratique):  
échantillonnage, méthodes statistiques,...

##### *Perfectionnement*

- si les résultats ne s'accordent pas avec la réalité il faut changer les suppositions de base
- si l'accord s'en rapproche il faut vérifier si le rapprochement est suffisant ou non.



- le changement des suppositions de base peut être juste un “élargissement de contexte” de la réalité qui a servi de base aux suppositions pour les adapter à la nouvelle réalité sur laquelle on prétend appliquer le modèle.

### ***Avantages***

- plus simple d'analyser les propriétés du modèle que la réalité
- résultats utiles dans le sens pratique
- possibilité d'analyser des situations ou des scénarios différents
- mettre en évidence l'essentiel des phénomènes et leurs causes
- possibilité de perfectionnement

## **2.1.2 TYPE DE MODELES PLUS COURAMMENT UTILISES EN EVALUATION DES PECHEES**

### ***Modèles de Production***

Les modèles de production sont aussi appelés de modèles de Production Générale, modèles Globaux, modèles Synthétiques ou modèles du type Lotka-Volterra. Ces modèles considèrent le stock dans sa globalité, en particulier l'abondance totale (en poids ou en nombre) et étudient son évolution, les effets de l'effort de pêche, etc. Ils ne considèrent pas la structure par âge ou par longueurs du stock.

### ***Modèles Structuraux***

Ces modèles considèrent la structure du stock par âges et l'évolution de cette structure avec le temps. Mais, ils reconnaissent principalement que le stock dans une certaine période de temps est composé par des individus de différentes cohortes, et donc de différents âges et longueurs. Ainsi, ils permettent des analyses et des prévisions de ce qui peut arriver au stock et aux captures, en accompagnant l'évolution des différentes cohortes qui le composent.

Ce manuel ne suivra pas le chemin historique de la construction des modèles. Il a été jugé plus convenant discuter en premier les Modèles Structuraux et après analyser les Modèles de Production.

## 2.2 TAUX

Les suppositions de base d'un modèle sur l'évolution d'une caractéristique requièrent le concept de taux de variation de la caractéristique par rapport au temps (ou à d'autres caractéristiques).

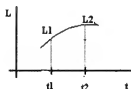


Figure 2.1 Évolution de la longueur (L) d'un individu avec le temps (ou l'âge) (t)

Pour l'étude générale des taux, il faudra substituer la caractéristique L de l'exemple par y, et la variable associée ne sera plus le temps t mais la variable x. En tenant compte des modèles d'évaluation et pour simplifier, on considérera que la fonction y, ne prend que des valeurs réelles et non négatives.

### 2.2.1 TAUX MOYEN ABSOLU - $tma(y)$

Considérez y une fonction de x et l'intervalle i de limites  $(x_i, x_{i+1})$

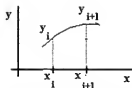


Figure 2.2 Fonction  $y=f(x)$  variant dans l'intervalle i

Soient:

$\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$  la taille de l'intervalle

$y_i$  = valeur de y quand  $x = x_i$

$y_{i+1}$  = valeur de y quand  $x = x_{i+1}$

La variation de y dans l'intervalle  $\Delta x_i$  sera  $\Delta y_i = y_{i+1} - y_i$

Le taux moyen absolu,  $tma(y)$ , de la variation de  $y$  dans l'intervalle  $\Delta x_i$  sera:

$$tma(y) = \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i}$$

Graphiquement :

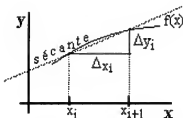


Figure 2.3 Taux moyen absolu de variation de  $y$  dans l'intervalle  $\Delta x_i$

pende de la sécante  $= \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} = tma(y)$  pendant  $\Delta x_i$

Note:  $tma(y)$  est connue en physique comme la vitesse moyenne de variation de  $y$  en  $x$ , dans l'intervalle  $\Delta x_i$ .

## 2.2.2 TAUX INSTANTANÉ ABSOLU - $tia(y)$

Soit  $y$  une fonction de  $x$

Le taux instantané absolu de  $y$  au point  $x = x_i$  est la dérivée de  $y$  par rapport à  $x$  en ce point.

$$tia(y)_{x=x_i} = \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=x_i}$$

Graphiquement:

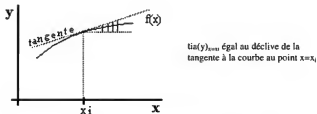


Figure 2.4 Taux instantané absolu de  $y$  au point  $x_i$

Note:  $tia(y)$  est connue comme vitesse instantanée de variation de  $y$  en  $x$  au point  $x_i$ .

## Propriétés

1. Soit  $tia(y)$  le calcul de la fonction  $y$  est obtenu par intégration, étant  $y = f(x) + \text{Constante}$ , où  $f(x) = \text{Primitive de } tia(y)$  et Constante est la constante d'intégration.

Si l'on adopte la condition initiale  $x^*$ ,  $y^*$ , où  $y^*$  est la valeur de  $y$  correspondante à  $x = x^*$ , alors, en éliminant la Constante,  $y = y^* + f(x) - f(x^*)$

2. L'angle que la tangente à la courbe  $y$  fait avec l'axe  $xx'$  est désigné par inclinaison.

La tangente trigonométrique de l'inclinaison est la pente de la tangente géométrique.

$$tia(y) = \text{dérivée de } y = \text{pente} = \text{tg (inclinaison)}$$

3. Si en un point  $x$  :

$tia(y) > 0$  alors  $y$  est croissant en ce point

$tia(y) < 0$  alors  $y$  est décroissant

$tia(y) = 0$  alors  $y$  est stationnaire en ce point (maximum ou minimum)

4. Si  $tia(y) = \text{constante} = \text{const}$  alors  $y$  est fonction linéaire de  $x$ , ou de la propriété 1:

$$y = \text{Constante} + \text{const} \cdot x \quad \text{ou}$$

$$y = y^* + \text{const} \cdot (x - x^*) \quad \text{et vice-versa}$$

5. Si  $y(x) = u(x) + v(x)$  alors  $tia(y) = tia(u) + tia(v)$

6. Si les causes A et B isolément provoquent des variations en  $y$  alors les causes A et B *en simultané* provoquent une variation en  $y$  avec

$$tia(y)_{\text{totale}} = tia(y)_{\text{cause A}} + tia(y)_{\text{cause B}}$$

7.  $tia(tia(y)) = d^2y/dx^2 = \text{accélération de } y \text{ au point } x$

Si l'accélération au point  $x$  est positive alors  $tia(y)$  est croissante et si cette accélération est négative  $tia(y)$  sera décroissante.

## 2.2.3 TAUX MOYEN RELATIF - $tmr(y)$

Considérez  $y$  une fonction de  $x$  et l'intervalle  $(x_i, x_{i+1})$

Soit:

$$\Delta x_i = x_{i+1} - x_i = \text{taille de l'intervalle}$$

$$y_i = \text{valeur de } y \text{ quand } x = x_i$$

$y_{i+1}$  = valeur de  $y$  quand  $x = x_{i+1}$

$x_i^*$  = un point de l'intervalle  $(x_i, x_{i+1})$

$y_i^*$  = valeur de  $y$  quand  $x = x_i^*$

$x_i^*$  peut être  $x_i$ ,  $x_{i+1}$ ,  $x_{central}$ , etc.

Le taux moyen de  $y$  par rapport à  $y_i^*$  sera:

$$tmr(y) = \frac{1}{y_i^*} \cdot \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} \quad \text{ou}$$

$$tmr(y) = \frac{1}{y_i^*} \cdot tma(y)$$

### Commentaires

1.  $tmr(y)$  est associé avec le taux moyen de variation en pourcentage de  $y$  par rapport à la moyenne  $y^*$ , soit,

$$\frac{\Delta(\frac{y_i}{y_i^*})}{\Delta x_i}$$

2. Il est désigné par  $x_{central} = x_i + \Delta x_i / 2 = 1/2 \cdot (x_i + x_{i+1}) = \bar{x}_i$ .
3. Il faut, donc, désigner par  $y_{central}$  dans l'intervalle  $(x_i, x_{i+1})$  la valeur de  $y$  quand  $x = x_{central}$ .

À noter que  $y_{central}$  peut être différent de la moyenne,  $(y_i + y_{i+1})/2$ .

4. Il est fréquent de calculer  $tmr(y)$  par rapport à  $y_{central}$  de l'intervalle.

## 2.2.4 TAUX INSTANTANE RELATIF - tir(y)

Soit y une fonction de x

Le taux relatif instantané de y au point  $x = x_i$  est

$$\text{tir}(y) = \frac{1}{y_i} \cdot \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=x_i} \quad \text{ou} \quad \frac{\text{tia}(y)_{x=x_i}}{y_i}$$

### Propriétés

1. Soit  $\text{tir}(y)$ , le calcul de la fonction y est obtenu par intégration, avec  $y = f(x) + \text{Constante}$ , où  $f(x) = \text{Primitive de } \text{tir}(y)$  et Constante est la constante d'intégration.

Si l'on adopte la condition initiale  $x^*$ ,  $y^*$ , où  $y^*$  est la valeur de y correspondant à  $x = x^*$ , on aura, en éliminant la Constante,  $y = y^* + f(x) - f(x^*)$

2. Si à un point x:

$$\begin{aligned} \text{tir}(y) > 0 & \quad \text{alors y est croissant en ce point} \\ \text{tir}(y) < 0 & \quad \text{alors y est décroissant} \\ \text{tir}(y) = 0 & \quad \text{alors y est stationnaire en ce point (maximum ou minimum)} \end{aligned}$$

3.  $\text{tir}(y) = \text{tia}(\ln y)$  comme il peut être déduit par les règles de dérivation.
4. Si  $\text{tir}(y) = \text{constante} = \text{const}$  alors y est fonction exponentielle de x, soit,

$$y = \text{Constante} \cdot e^{\text{const} \cdot x} \quad \text{ou}$$

$$y = y^* \cdot e^{\text{const} \cdot (x - x^*)} \quad \text{et vice-versa.}$$

5. Si  $y(x) = u(x) \cdot v(x)$  alors  $\text{tir}(y) = \text{tir}(u) + \text{tir}(v)$
6. Si les causes A et B provoquent isolément des variations en y alors les causes A et B en simultané provoquent une variation en y où

$$\text{tir}(y)_{\text{total}} = \text{tir}(y)_{\text{cause A}} + \text{tir}(y)_{\text{cause B}}$$

## 2.3 MODELE LINEAIRE SIMPLE

Soit  $y = f(x)$

### Supposition de base du modèle

$$\text{tia}(y) = \text{Constante} = b \quad \text{dans l'intervalle } (x_i, x_{i+1}) \quad \text{avec} \quad \Delta x_i = x_{i+1} - x_i$$

### Condition initiale

$$x^* = x_i \Rightarrow y^* = y_i$$

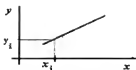


Figure 2.5 Représentation graphique d'un modèle linéaire simple

### Propriétés

- Expression générale  $y = y_i + b \cdot (x - x_i) ; y = a + bx$
- Valeur,  $y_{i+1}$  à la fin de l'intervalle,  $\Delta x_i$   $y_{i+1} = y_i + b \cdot \Delta x_i$
- Variation,  $\Delta y_i$ , pendant l'intervalle,  $\Delta x_i$   $\Delta y_i = y_{i+1} - y_i = b \cdot \Delta x_i$
- Valeur centrale,  $y_{central_i}$ , dans l'intervalle,  $\Delta x_i$   $y_{central_i} = y_i + b \cdot (x_{central} - x_i) = y_i + b \cdot \frac{\Delta x_i}{2}$
- Valeur accumulée,  $y_{cum_i}$ , pendant l'intervalle,  $\Delta x_i$   $y_{cum_i} = \int_{x_i}^{x_{i+1}} y \cdot dx = \Delta x_i \cdot (a + b \cdot \bar{x}_i)$   
ou de la Propriété 1  
 $y_{cum_i} = \Delta x_i \cdot [y_i + b \cdot (\bar{x}_i - x_i)]$
- Valeur moyenne,  $\bar{y}_i$ , dans l'intervalle,  $\Delta x_i$   $\bar{y}_i = \frac{y_{cum_i}}{\Delta x_i} = a + b \cdot \bar{x}_i$  ou  
 $\bar{y}_i = \frac{y_{cum_i}}{\Delta x_i} = y_i + b \cdot (\bar{x}_i - x_i)$

### Autres expressions utiles

- Valeur accumulée,  $y_{cum_i}$ , pendant l'intervalle,  $\Delta x_i$   $y_{cum_i} = \Delta x_i \cdot \bar{y}_i$
- Valeur moyenne,  $\bar{y}_i$ , pendant l'intervalle,  $\Delta x_i$   $y_i = y_i + b \cdot (\bar{x}_i - x_i)$  ou  $\bar{y}_i = a + b \bar{x}_i$

9. Valeur moyenne,  $\bar{y}_i$ , pendant l'intervalle,  $\Delta x_i$   $\bar{y}_i = y_i + b \frac{\Delta x_i}{2}$
10. Valeur moyenne,  $\bar{y}_i$ , pendant l'intervalle,  $\Delta x_i$   $\bar{y}_i = y_{central}$
11. Relation entre  $tma(y)$  et  $tia(y)$   $tma(y_i) = \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} = b = tia(y)$
12. Si  $\Delta y_i < 0$  alors  $b < 0$  et vice-versa.
13. Dans le modèle linéaire la moyenne arithmétique de  $y_i$  et  $y_{i+1}$  est égale à la valeur moyenne,  $\bar{y}_i$ , et égale à la valeur centrale  $y_{central}$ .

### Démonstrations importantes

Expression générale Si  $tia(y) = b$  dans l'intervalle  $\Delta x_i$ , alors  $y$  est linéaire avec  $x$  et vu la Propriété 1 condition initiale, sera:  $y = y_i + b \cdot (x - x_i)$

Valeur centrale  $y_{central} = y_i + b \cdot (x_{central} - x_i) = y_i + b \left( x_i + \frac{\Delta x_i}{2} - x_i \right) = y_i + b \cdot \frac{\Delta x_i}{2}$   
Propriété 4

Valeur accumulée De la définition de valeur accumulée:  
Propriété 5

$$y_{cum_i} = \int_{x_i}^{x_{i+1}} (a + bx) \cdot dx$$

$$= a(x_{i+1} - x_i) + b \left( \frac{x_{i+1}^2}{2} - \frac{x_i^2}{2} \right)$$

Il faudra utiliser la factorisation de la différence de deux carrés, soit

$$x_{i+1}^2 - x_i^2 = (x_{i+1} - x_i) \cdot (x_{i+1} + x_i) = \Delta x_i \cdot (x_{i+1} + x_i)$$

et donc:

$$y_{cum_i} = a\Delta x_i + b\Delta x_i \cdot \bar{x}_i = \Delta x_i \cdot (a + b \cdot \bar{x}_i)$$

$\bar{y}_i$  et  $y_{central}$   $\bar{y}_i = y_i + b \cdot (\bar{x}_i - x_i) = y_i + b \left( \frac{x_{i+1}}{2} + \frac{x_i}{2} - x_i \right) = y_i + b \cdot \frac{\Delta x_i}{2} = y_{central}$   
Propriété 10



## 2.4 MODELE EXPONENTIEL

Soit  $y = f(x)$

### Supposition de base du modèle

$\text{tir}(y) = \text{Constante} = c$  dans l'intervalle  $(x_i, x_{i+1})$ , avec  $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$

### Condition initiale

$$x^* = x_i \Rightarrow y^* = y_i$$

### Propriétés

Vu que  $\text{tir}(y) = \text{tia}(\ln y)$  on peut dire que le modèle exponentiel de  $y$  contre  $x$  est équivalent au modèle linéaire de  $\ln y$  contre  $x$ . Ainsi, ses propriétés plus importantes peuvent être déduites en anti-logarithmisant les propriétés du modèle linéaire de  $\ln y$  contre  $x$ .

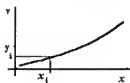


Figure 2.6 Représentation graphique du modèle exponentiel

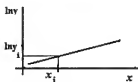


Figure 2.7 Représentation graphique du modèle linéaire de  $\ln y$  contre  $x$

|  | Modèle exponentiel de $y$<br>( $y$ contre $x$ )                 | Modèle linéaire de $\ln y$<br>( $\ln y$ contre $x$ ) |
|--|---|--|
| 1. Expression générale   | $y = y_i \cdot e^{c(x-x_i)}$                                    | $\ln y = \ln y_i + c(x-x_i)$                         |
| 2. Valeur de $y_{i+1}$ à la fin de l'intervalle, $\Delta x_i$  | $y_{i+1} = y_i \cdot e^{c \Delta x_i}$                          | $\ln y_{i+1} = \ln y_i + c \Delta x_i$               |
| 3. Variation, $\Delta y_i$ , durant l'intervalle, $\Delta x_i$ | $\Delta y_i = y_{i+1} - y_i = y_i \cdot (e^{c \Delta x_i} - 1)$ | calculé de 1   |

4. Valeur centrale,  $y_{central}$ , dans l'intervalle  $\Delta x_i$

$$y_{central} = y_i \cdot e^{\frac{c \cdot \Delta x_i}{2}} \quad \leftarrow \ln y_{central} = \ln y_i + c \Delta x_i / 2$$

$$y_{central} = (y_i \cdot y_{i+1})^{1/2} \quad \leftarrow \ln y_{central} = (\ln y_i + \ln y_{i+1}) / 2$$

( $y_{central}$  = moyenne géométrique des extrêmes  $y_i$  et  $y_{i+1}$ )

5. Valeur accumulée,  $y_{cum}$ , pendant l'intervalle,  $\Delta x_i$

$$y_{cum} = \int_{x_i}^{x_{i+1}} y \cdot dx = \frac{\Delta y_i}{c}$$

6. Valeur moyenne,  $\bar{y}_i$ , pendant l'intervalle,  $\Delta x_i$

$$\bar{y}_i = \frac{y_{cum}}{\Delta x_i} = \frac{1}{c} \cdot \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i}$$

$$\bar{y}_i = y_i \cdot \frac{e^{c \Delta x_i} - 1}{c \Delta x_i} \quad (\Delta y_i \text{ remplacé par la Propriété 3})$$

$$\bar{y}_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{\ln y_{i+1} - \ln y_i}$$

$$\bar{y}_i = y_{central}$$

### Autres expressions utiles

7. Expressions de variation,  $\Delta y_i$

$$\Delta y_i = c \cdot y_{cum}$$

$$\Delta y_i = c \cdot \bar{y}_i \Delta x_i$$

8. Expression de  $tma(y)$

$$tma(y) = \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} = c \cdot \bar{y}_i$$

9. Expression de  $tmr(y)$  par rapport à  $y_i$

$$tmr(y)_{\text{par rapport à } y_i} = c = tir(y)$$

10. Expressions de  $tmr(y)$

$$tmr(y) = tma(\ln y) = \frac{\Delta \ln y_i}{\Delta x_i} = c$$

11.

y décroît

$$c < 0$$

$$\text{tma}(y) < 0$$

Si  $\Delta y_i < 0$  alors

$$\text{tmr}(y) < 0$$

et vice-versa

$$\left( \begin{array}{l} y_{\text{central}} > 0 \\ \bar{y}_i > 0 \end{array} \right)$$

12. Dans le modèle exponentiel, la moyenne géométrique de  $y_i$  et  $y_{i+1}$  est égale à la valeur centrale,  $y_{\text{central}}$  (Prop. 4) et à peu près égale à la valeur moyenne,  $\bar{y}_i$  (Prop. 6), approximation d'autant plus valable que  $\Delta x_i$  est plus petit.

## Démonstrations

Valeur accumulée

Propriété 5

$$y_{\text{cum}_i} = \int_{x_i}^{x_{i+1}} y \cdot dx = \int_{x_i}^{x_{i+1}} y_i \cdot e^{c(x-x_i)} \cdot dx = \left[ \frac{y}{c} \right]_{x_i}^{x_{i+1}} = \frac{1}{c} \cdot \Delta y_i$$

Relation entre  $\bar{y}_i$  et $y_{\text{central}}$ En utilisant l'approximation  $\frac{e^h - 1}{h} \approx e^{h/2}$  avec  $h = c \cdot \Delta x_i$  de laPropriété 6 –  
4<sup>ème</sup> expressionpropriété 6-2<sup>ème</sup> expression, on aura:

$$\bar{y}_i \approx y_i \cdot e^{c \Delta x_i / 2}$$

et, donc, par la propriété 4-1<sup>ère</sup> expression, on conclut que:

$$\bar{y}_i \approx y_{\text{central}}$$

## CHAPITRE 3 - COHORTE

### 3.1 COHORTE - INTRODUCTION

On désigne par cohorte ou classe annuelle ou par génération, un groupe de poissons d'un stock nés la même année. Le schéma suivant illustre les différentes phases du cycle de vie d'une cohorte :

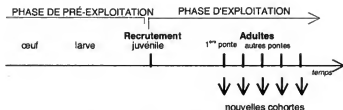


Figure 3.1 Cycle de vie d'une cohorte

On commence, par exemple, par la phase de l'œuf. Les phases suivantes seront larve, juvénile et adulte.

On désigne par recrutement à la pêche ou à la phase d'exploitation le nombre d'individus d'une cohorte qui entre pour la première fois dans la zone de pêche. Ces individus grandissent, pondent (une ou plusieurs fois) et meurent.

Dès la 1<sup>ère</sup> ponte les individus de la cohorte sont appelés adultes, et, généralement, ils pondent à nouveau tous les ans, donnant ainsi origine à de nouvelles cohortes.

Les phases de la vie de chaque cohorte qui précèdent le recrutement à la zone de pêche (œuf, larve, pré-recrues), sont des phases importantes de leur cycle de vie, mais, généralement, elles ne sont pas sujettes à l'exploitation, les variations d'abondance étant dues essentiellement à la prédation et aux facteurs de l'environnement (vents, courants, température, salinité...). *La mortalité dans ces phases de non-exploitation est normalement très élevée surtout pendant la dernière phase larvaire (Cushing, 1996) résultant, ainsi, en une survie très réduite jusqu'au recrutement, cette mortalité, comme indiqué plus haut, n'est pas causée par la pêche.*

Le recrutement à la phase d'exploitation d'une cohorte (le nombre d'individus qui entrent pour la première fois dans la phase exploitée dans une année déterminée), peut survenir pendant plusieurs mois sous les formes schématiques suivantes :

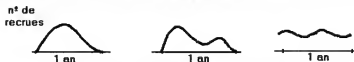


Figure 3.2 Recrutement à la phase d'exploitation

À l'exception de quelques cas, les formes de recrutement peuvent se simplifier si l'on admet que tous les individus recrutent à l'instant,  $t_r$ , désigné par âge de recrutement à la phase d'exploitation. Par convention, on considère que le recrutement a lieu le 1<sup>er</sup> janvier (début de l'année civile dans plusieurs pays). La simplification et la convention mentionnées antérieurement n'altèrent pas beaucoup les résultats des analyses, mais simplifient ces dernières et correspondent aux périodes auxquelles les statistiques commerciales s'appliquent.

La 1<sup>ère</sup> ponte ne se réalise pas au même âge pour tous les individus de la cohorte. La proportion des individus qui pondent pour la 1<sup>ère</sup> fois augmente avec l'âge, de zéro à 100%. À partir de l'âge auquel 100% ont pondé la 1<sup>ère</sup> fois, tous les individus sont adultes. L'histogramme ou la courbe qui représente ces proportions est nommé d'ogive de maturation.

Dans quelques cas l'ogive de maturation peut être simplifiée supposant que la 1<sup>ère</sup> ponte a lieu à l'âge  $t_{mat}$  dénommé par âge de 1<sup>ère</sup> maturation. Cette simplification signifie que les individus d'âge inférieur à  $t_{mat}$  sont considérés juvéniles et que ceux d'âge égal ou supérieur sont considérés adultes.

La Figure 3.3 représente une ogive de maturation en forme d'histogramme ou de courbe.

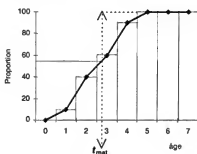


Figure 3.3 Ogive de maturation

### 3.2 EVOLUTION EN NOMBRE D'UNE COHORTE, DANS UN INTERVALLE DE TEMPS

Soit l'intervalle  $(t_i, t_{i+1})$  de taille  $T_i = t_{i+1} - t_i$  de l'évolution d'une cohorte avec le temps et  $N_t$  le nombre de survivants de la cohorte à l'instant  $t$  de l'intervalle  $T_i$  (voir Figure 3.4).

L'information existante suggère que les taux moyens de variation en pourcentage de  $N_t$  peuvent être considérés à peu près constants, soit,  $tmr(N_t) = \text{constante}$ .

### Supposition de base

Le taux instantané relatif de variation de  $N_t$ , dans l'intervalle  $T_i$  est:

$$\text{tir}(N_t) = \text{constante négative} = -Z_i$$

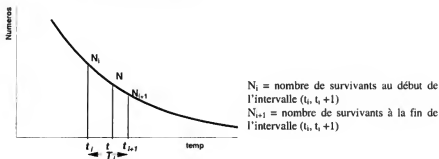


Figure 3.4 Évolution de  $N_i$  dans l'intervalle  $T_i$

Le modèle de l'évolution de  $N_i$  dans l'intervalle  $T_i$ , est un modèle exponentiel (car  $\text{tir}(N_t)$  est constant). Ce modèle a les propriétés suivantes:

### Propriétés

1. Expression générale. De la supposition de base

$$\text{tir}(N_t) = -Z_i$$

et avec la condition initiale que pour  $t = t_i$  on aura  $N_t = N_i$ , alors:

$$N_t = N_i \cdot e^{-Z_i(t-t_i)}$$

2. Nombre de survivants,  $N_{i+1}$ , à la fin de l'intervalle  $T_i$

$$N_{i+1} = N_i \cdot e^{-Z_i T_i}$$

3. Nombre de morts,  $D_i$ , pendant l'intervalle  $T_i$

$$D_i = N_i - N_{i+1}$$

$$D_i = N_i (1 - e^{-Z_i T_i})$$

(notez que  $D_i$  est positif mais la variation  $\Delta N_i = N_{i+1} - N_i$  est négative)

4. Nombre accumulé de survivants,  $N_{cum}$ , pendant l'intervalle  $T_i$

$$N_{cum} = \frac{D_i}{Z_i}$$

$$N_{cum} = N_i \cdot \frac{1 - e^{-Z_i \cdot T_i}}{Z_i}$$

5. Valeur centrale rapprochée,  $N_{central}$ , dans l'intervalle  $T_i$

$$N_{central} = N_i \cdot e^{-Z_i \cdot T_i / 2}$$

6. Nombre moyen,  $\overline{N}_i$ , de survivants pendant l'intervalle  $T_i$

$$\overline{N}_i = \frac{N_{cum}}{T_i}$$

$$\overline{N}_i = N_i \cdot \frac{1 - e^{-Z_i \cdot T_i}}{Z_i \cdot T_i}$$

$$\overline{N}_i = \frac{D_i}{Z_i \cdot T_i}$$

$$\overline{N}_i = \frac{N_i - N_{i+1}}{\ln N_i - \ln N_{i+1}} \quad (\text{Ricker})$$

$$\overline{N}_i \approx N_i \cdot e^{-Z_i \cdot T_i / 2}$$

$$\overline{N}_i \approx N_{central} \text{ quand } \frac{Z_i \cdot T_i}{2} \text{ est petit } (Z_i \cdot T_i < 1)$$

### Commentaires

1. La supposition de base est parfois présentée en termes de taux instantanés absolus, soit,

$$\text{tia}(\ln N_t) = -Z_t \text{ ou}$$

$$\text{tia}(N_t) = -Z_t \cdot N_t \quad \{ \text{tia}(N_t) \text{ proportionnel à } N_t \}$$

$Z_i$  = coefficient de mortalité total, supposé constant dans l'intervalle  $T_i$

Notez que:

$$+Z_i = \text{tir de mortalité total de } N_i$$

$$-Z_i = \text{tir de variation de } N_i$$

2. Unité de  $Z_i$

De la définition on déduit que  $Z_i$  est formulé en unités de  $[\text{temps}]^{-1}$ . Par convention on adopte l'unité "an<sup>-1</sup>" même s'il s'agit d'un intervalle inférieur ou supérieur à un an.

Les expressions suivantes montrent de façon simplifiée le calcul de l'unité de  $Z_i$ , avec les règles et symboles [...] de dimension habituelle dans la détermination d'unités physiques.

$$\frac{[i]}{[N_i]} \cdot \frac{[dN_i]}{[dt]} = [-Z_i]$$

$$\frac{1}{n^\circ} \cdot \frac{n^\circ}{\text{temps}} = +[Z_i] \text{ d'où } [Z_i] = \text{temp}^{-1}$$

### 3. Taux annuel de survie, $S_i$

Quand  $T_i = 1$  an:

$$N_{\text{cens}} = \bar{N}_i = \frac{D_i}{Z_i} \quad \text{et aussi}$$

$$N_{i+1} = N_i \cdot e^{-Z_i}$$

$S_i$  = taux annuel de survie en l'an  $i$

(ou % du nombre initial d'individus qui survivent à la fin de l'année).

$$S_i = \frac{N_{i+1}}{N_i}$$

$$S_i = e^{-Z_i}$$

$1 - S_i$  = taux annuel de mortalité en l'an  $i$

Par définition c'est le % du nombre initial qui meurt pendant l'année.

Soit le taux relatif moyen  $\text{tmr}(N_i)$  de mortalité de  $N_i$ , pendant un an, par rapport au nombre initial,  $N_i$

$$1 - S_i = \frac{D_i}{N_i} = 1 - \frac{N_{i+1}}{N_i}$$

$$1 - S_i = 1 - e^{-Z_i}$$

### 4. Taux absolu moyen $\text{tma}(N_i) = -Z_i \cdot \bar{N}_i$

### 5. Taux relatif moyen $\text{tmr}(N_i) = -Z_i$ relatif à $\bar{N}_i$



6. Notez que  $S_i$  est compris entre 0 et 1, soit,

$$0 \leq S_i \leq 1 \quad \text{mais} \quad Z_i \text{ peut être } > 1$$

7. Si les limites de l'intervalle  $T_i$  étaient  $(t_i, \infty)$  alors on aurait:

$$T_i = \infty$$

$$N_{i+1} = 0$$

$$D_i = N_i$$

$$N_{cum} = \frac{N_i}{Z_i} \text{ et}$$

$$\bar{N}_i = 0$$

### 3.3 CAPTURE EN NOMBRE DANS UN INTERVALLE DE TEMPS

Les causes de mort dues à la pêche seront séparées des autres causes de mort des individus de la cohorte. Ces dernières sont groupées en une cause unique désignée par mortalité naturelle. Ainsi, des propriétés du modèle exponentiel, on aura

$$\text{tir}(N_t)_{\text{total}} = \text{tir}(N_t)_{\text{naturel}} + \text{tir}(N_t)_{\text{pêche}}$$

Si l'on considère l'intervalle  $T_i$  et en supposant que, dans cet intervalle, les taux instantanés de mortalité par causes naturelles et par pêche sont constants et égaux à  $M_i$  et à  $F_i$ , respectivement, on aura :

$$Z_i = F_i + M_i$$

En multipliant les deux termes de l'égalité précédente par  $N_{cum}$ , on aura :

$$Z_i \cdot N_{cum} = F_i \cdot N_{cum} + M_i \cdot N_{cum}$$

comme  $Z_i \cdot N_{cum}$  est le nombre,  $D_i$ , de morts dus à la mortalité totale, alors,

$$D_i = Z_i \cdot N_{cum}$$

De même  $F_i \cdot N_{cum}$  sera le nombre d'individus morts par la pêche, soit, la capture,  $C_i$ , en nombre et, donc,

$$C_i = F_i \cdot N_{cum}$$

Notez aussi que  $M_i \cdot N_{cum}$  sera le nombre d'individus morts par des causes naturelles.

Le taux d'exploitation,  $E_i$ , pendant l'intervalle  $T_i$ , a été défini par Beverton et Holt (1956) comme étant:

$$E_i = \frac{n^{\circ} \text{ captures}}{n^{\circ} \text{ morts}} = \frac{C_i}{D_i}$$

et donc, 
$$E_i = \frac{F_i \cdot N_{cum}}{Z_i \cdot N_{cum}} = \frac{F_i}{Z_i} \quad \text{ou encore}$$

$$E_i = \frac{F_i}{F_i + M_i}$$

La capture en nombre,  $C_i$ , dans l'intervalle  $T_i$ , peut être formulée sous les différentes formes suivantes:

$$C_i = F_i \cdot N_{cum}$$

$$C_i = F_i \cdot \bar{N}_i \cdot T_i$$

$$C_i = E_i \cdot D_i$$

$$C_i = \frac{F_i}{Z_i} \cdot D_i$$

$$C_i = \frac{F_i}{F_i + M_i} \cdot N_i [1 - e^{-(F_i + M_i) T_i}]$$

### Commentaires

1. Ricker (1975) définit le taux d'exploitation,  $E_i^*$ , comme le pourcentage du nombre initial qui est capturé dans l'intervalle  $T_i$ , soit,  $E_i^* = C_i / N_i$ .
  - a) La définition de Ricker peut être plus naturelle mais mathématiquement la définition de Beverton & Holt est plus utile.
  - b) Il est facile de vérifier que  $E_i^* = E_i (1 - e^{-Z_i T_i})$
2. Le taux d'exploitation,  $E_i$ , n'a pas d'unité, c'est un nombre abstrait.
3. Les valeurs possibles de  $E_i$  sont comprises entre 0 et 1, 0 représentant l'absence d'exploitation et 1 la capture  $C_i$  égale au nombre de morts  $D_i$ , soit,  $M_i = 0$ .

### 3.4 CROISSANCE INDIVIDUELLE

Pour étudier l'évolution de la biomasse d'une cohorte, on peut utiliser le modèle de l'évolution d'une cohorte en nombre et la combiner avec un modèle d'évolution du poids

moyen d'un individu de la cohorte. En effet, la biomasse  $B_t$  est égale à  $N_t \cdot W_t$  où  $W_t$  est le poids moyen individuel à l'instant  $t$ . D'un autre côté, il y a aussi intérêt, plus généralement, de disposer d'un modèle pour l'évolution du poids individuel,  $W_t$ , et d'un modèle pour l'évolution de la longueur individuelle,  $L_t$ .

Pour définir un modèle pour la croissance en poids individuel,  $W_t$ , on dispose de plusieurs alternatives.

#### *1<sup>ère</sup> ALTERNATIVE:*

- A) Définir un modèle pour la croissance individuelle moyenne en longueur,  $L_t$
- B) Définir la relation Longueur-Poids.
- C) Combiner A) avec B) et obtenir un modèle pour la croissance individuelle moyenne en poids,  $W_t$

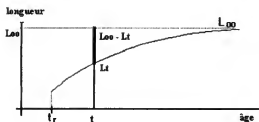
#### *2<sup>ème</sup> ALTERNATIVE:*

- D) Définir un modèle directement pour  $W_t$  et  $L_t$ .

### **1<sup>ère</sup> ALTERNATIVE**

#### ***A) Modèle pour la croissance individuelle en longueur***

Les modèles à utiliser en biologie marine sont valides pour la phase d'exploitation de la ressource. Le plus connu est le **Modèle de von Bertalanffy** (1938). Les observations suggèrent qu'il existe une longueur asymptotique, c'est-à-dire qu'il existe une longueur vers laquelle la longueur individuelle tend.



**Figure 3.5**      **Modèle de von Bertalanffy**

$t$  - âge

$L_t$  - longueur moyenne individuelle à l'âge  $t$

$L_{\infty}$  - longueur asymptotique

$t_r$  - début de la phase d'exploitation

Ainsi,  $L_t$  présente une évolution où l'on peut vérifier que:

Le  $tia(L_t)$  n'est pas constant (car la croissance n'est pas linéaire)

Le  $tir(L_t)$  n'est pas constant (car la croissance n'est pas exponentielle)

On observe, pourtant, que la variation de la quantité  $(L_\infty - L_t)$  (que l'on pourrait appeler "ce qu'il reste à grandir"), présente un taux relatif constant et pourra être décrite par un modèle exponentiel. Ainsi on peut adopter la:

### Supposition de base

$tir(L_\infty - L_t) = -K = \text{constante négative durant toute la vie exploitée}$

où  $K$  est le coefficient de croissance (attention: le coefficient de croissance  $K$  n'est pas la vitesse de croissance mais la vitesse relative de ce qu'il "reste" à grandir !!).

Les propriétés de ce modèle (puisque'il s'agit d'un modèle exponentiel) peuvent être obtenues directement à partir des propriétés générales du modèle exponentiel avec la condition initiale:

$$t = t_a \Rightarrow L_t = L_a$$

Propriétés du modèle de croissance individuelle en taille de Beverton & Holt (1957) déduites du modèle exponentiel de  $(L_\infty - L_t)$ .

| Propriétés du modèle exponentiel pour $(L_\infty - L_t)$    | Modèle de von Bertalanffy pour $L_t$                        |
|---|---|
| 1. Expression générale                                      |   |
| $(L_\infty - L_t) = (L_\infty - L_a) \cdot e^{-K(t-t_a)}$   | $L_t = L_\infty - (L_\infty - L_a) \cdot e^{-K(t-t_a)}$     |
| Paramètres  | Paramètres  |
| $L_\infty$ = longueur asymptotique                          | $L_\infty$ = longueur asymptotique                          |
| $K$ = coefficient de croissance                             | $K$ = coefficient de croissance                             |
| $\begin{cases} t_a \\ L_a \end{cases}$ = condition initiale | $\begin{cases} t_a \\ L_a \end{cases}$ = condition initiale |

| Propriétés du modèle exponentiel<br>pour $(L_{\infty} - L_t)$  | Modèle de von Bertalanffy<br>pour $L_t$   |
|--|---|
| <p>pour</p> $\begin{cases} L_0 = 0 \\ t_0 = t_0 \end{cases}$ $(L_{\infty} - L_t) = L_{\infty} \cdot e^{-K(t-t_0)}$   | <p>pour</p> $\begin{cases} L_0 = 0 \\ t_0 = t_0 \end{cases}$ $L_t = L_{\infty} - L_{\infty} \cdot e^{-K(t-t_0)}$ $L_t = L_{\infty} \cdot [1 - e^{-K(t-t_0)}]$                         |
| <p>2. Valeur à la fin de l'intervalle <math>T_i</math></p> $(L_{\infty} - L_{i+1}) = (L_{\infty} - L_i) \cdot e^{-K T_i}$  | $L_{i+1} = L_{\infty} \cdot [1 - e^{-K T_i}] + L_i \cdot e^{-K T_i}$ <p>expression de Ford-Walford (1933-1946)</p>  |
| <p>3. Variation pendant l'intervalle <math>T_i</math></p> $\begin{aligned} \Delta(L_{\infty} - L_i) &= (L_{\infty} - L_{i+1}) - (L_{\infty} - L_i) \\ &= (L_{\infty} - L_i) e^{-K T_i} - (L_{\infty} - L_i) \\ &= (L_{\infty} - L_i) \cdot [e^{-K T_i} - 1] \end{aligned}$ | <p>comme <math>\Delta(L_{\infty} - L_i) = -\Delta L_i</math></p> <p>sera:</p> $\Delta L_i = (L_{\infty} - L_i) \cdot (1 - e^{-K T_i})$  |
| <p>4. Valeur accumulée pendant l'intervalle <math>T_i</math></p> $(L_{\infty} - L_i)_{cum} = \frac{\Delta(L_{\infty} - L_i)}{-K} = \frac{\Delta L_i}{K}$   | $L_{cum} = L_{\infty} \cdot T_i - \frac{\Delta L_i}{K}$ <p>car:</p> $(L_{\infty} - L_i)_{cum} = L_{\infty} \cdot T_i - L_{cum} = \frac{\Delta L_i}{K}$                                |
| <p>5. Valeur moyenne pendant l'intervalle <math>T_i</math></p> $\overline{(L_{\infty} - L_i)} = \frac{(L_{\infty} - L_i)_{cum}}{T_i} = \frac{\Delta L_i}{K \cdot T_i}$   | $\bar{L}_i = L_{\infty} - \frac{\Delta L_i}{K \cdot T_i}$ <p>expression de Gulland et Holt (1959)</p> <p>car: <math>\overline{(L_{\infty} - L_i)} = L_{\infty} - \bar{L}_i</math></p> |
| <p>6. Valeur centrale de l'intervalle <math>T_i</math></p> $(L_{\infty} - L)_{central_i} = (L_{\infty} - L_0) \cdot e^{-K(t_{central_i} - t_0)}$ $(L_{\infty} - L)_{central} = \overline{(L_{\infty} - L_i)}$  | $L_{central_i} = L_{\infty} - (L_{\infty} - L_i) \cdot e^{-K(t_{central_i} - t_0)}$ <p>et <math>L_{central_i} = \bar{L}_i</math></p>  |

## B) Relation Longueur-Poids

Il est commun d'utiliser la fonction puissance pour mettre en rapport le poids individuel avec la longueur totale (ou autre). Ainsi:

$$W_i = a \cdot L_i^b$$

où la constante  $a$  est désignée par facteur de condition ou indice pondéral et la constante  $b$  par constante de morphisme. Cette relation peut être justifiée en acceptant grosso-modo que "le pourcentage de croissance en poids" est proportionnel "au pourcentage de croissance en longueur" (dans le cas contraire l'individu serait "disproportionné") et, en adoptant la supposition basique:

$$\text{tir}(W) = b \cdot \text{tir}(L)$$

où  $b$  est la constante de proportionnalité.

| C) Combinaison de A) et B) et commentaires: |  |
|---|--|
| 1.  | <p>La combinaison de <math>W = a \cdot L^b</math> avec <math>L_t = L_\infty \cdot (1 - e^{-K(t-t_0)})</math> résulte en</p> $W_t = W_\infty \cdot (1 - e^{-K(t-t_0)})^b \text{ avec } W_\infty = a \cdot L_\infty^b$ <p>Cette relation de croissance en poids est désignée par équation de Richards (1959). Quand <math>b=3</math> l'équation est l'équation de croissance de von Bertalanffy (1938).</p>  |
| 2.  | <p>De <math>W = a \cdot L^b</math> on aura par définition, <math>W_{\text{central}_i} = a \cdot L_{\text{central}_i}^b</math>, où <math>W_{\text{central}_i}</math> est la valeur correspondante à <math>L_{\text{central}_i}</math></p>   |
| 3.  | <p>Soit <math>\bar{w}_i</math> le poids correspondant à <math>\bar{L}_i</math>, c'est à dire, <math>\bar{w}_i = a \cdot (\bar{L}_i)^b</math><br/>         Comme <math>\bar{L}_i = L_{\text{central}_i}</math><br/>         On aura, <math>\bar{w}_i = a \cdot L_{\text{central}_i}^b = W_{\text{central}_i}</math><br/>         dans la pratique on utilise <math>L_{\text{central}_i}</math> et <math>W_{\text{central}_i}</math> au lieu des points moyens</p> |
| 4.  | <p>Les modèles de Richards et de von Bertalanffy ne sont pas les seuls modèles utilisés pour l'évolution de <math>W_t</math>. D'autres modèles aussi utilisés en évaluation, et à discuter plus tard sont:<br/>         Le modèle de Gompertz (1825) et le modèle de Ricker (1969)</p>   |
| 5.  | <p>Historiquement, le modèle de von Bertalanffy a été développé à partir de la supposition basique</p> $\text{tia}(W_t) = \text{Cte}_1 \cdot W_t^{\frac{2}{3}} - \text{Cte}_2 \cdot W_t$ <p>Où <math>\text{Cte}_1</math> et <math>\text{Cte}_2</math> ont été désignées par von Bertalanffy comme la constante d'anabolisme et de catabolisme, respectivement.</p>   |

### C) Combinaison de A) et B) et commentaires:

En adoptant la relation  $W = a \cdot L^3$  on aura  $tia(L_t) = Cte_1 - Cte_2 \cdot L$

(où  $Cte_1$  et  $Cte_2$  sont d'autres constantes).

Équation différentielle dont la solution nous donne l'équation de von Bertalanffy

## 2<sup>ème</sup> ALTERNATIVE

### D) Modèle directement pour $W_t$ et $L_t$

Dans la 1<sup>ère</sup> alternative, on a développé un modèle pour la croissance en longueur, et ensuite un modèle pour la croissance en poids, en utilisant la relation entre le poids et la longueur.

La supposition de base adoptée par la 1<sup>ère</sup> alternative a utilisé la caractéristique  $(L_\infty - L_t)$  au lieu du poids afin d'avoir une caractéristique où tir est constant, c'est-à-dire un modèle exponentiel, et considérer la relation  $W = a \cdot L^b$  pour dériver le modèle de croissance en poids. Notez que l'on peut dire que  $L$  a été considéré comme étant fonction de  $W$ , soit,  $L = (W/a)^{1/b}$ . Il sera, donc, possible préférer à cette fonction de  $W$ , une autre fonction du poids  $H(W_t)$ , de façon à que l'on puisse formuler directement la supposition de base:

$$\text{tir}[H(W_\infty) - H(W_t)] = -K = \text{constante}$$

avec la condition initiale

$$t = t_s \Rightarrow W_t = W_s$$

### Propriétés

Les propriétés de ce modèle (puisque'il s'agit d'un modèle exponentiel) peuvent étre obtenues directement à partir des propriétés du modèle exponentiel. Il est particulièrement intéressant de dériver l'expression générale pour  $W_t$  résultante de différents choix de la fonction  $H$ .

1. Expression générale  $[H(W_\infty) - H(W_t)] = [H(W_\infty) - H(W_s)] \cdot e^{-K(t-t_s)}$

Ou  $H(W_t) = H(W_\infty) - [H(W_\infty) - H(W_s)] \cdot e^{-K(t-t_s)}$

2a. Équation de Richards en poids En adoptant la fonction suivante  $H(W_t) = W_t^{1/b}$  on obtiendra l'expression générale:

$$W_t^{1/b} = W_\infty^{1/b} - (W_\infty^{1/b} - W_s^{1/b}) \cdot e^{-K(t-t_s)}$$

L'équation de Richards, quand  $b=3$ , est l'équation de von Bertalanffy, ainsi:

2b. L'équation de von Bertalanffy, en poids, sera:  $W_t^{1/3} = W_\infty^{1/3} - (W_\infty^{1/3} - W_s^{1/3}) \cdot e^{-K(t-t_s)}$

3. **Équation de Gompertz en poids** En choisissant la fonction  $H(W_t) = \ln W_t$  on obtiendra l'expression générale:  

$$\ln W_t = \ln W_\infty - (\ln W_\infty - \ln W_0) \cdot e^{-K(t-t_0)}$$
4. Les équations en longueur respectives pourront être obtenues en choisissant d'autres fonctions de  $H(W_t)$ . Ainsi:
- 4a. **Équation de von Bertalanffy, en longueur** Choississant  $H(W_t) = L_t$  sera:  

$$L_t = L_\infty - (L_\infty - L_0) \cdot e^{-K(t-t_0)}$$
- 4b. **Équation de Gompertz, en longueur** Choississant  $H(W_t) = \ln L_t$  sera:  

$$\ln L_t = \ln L_\infty - (\ln L_\infty - \ln L_0) \cdot e^{-K(t-t_0)}$$
5. **Équations simplifiées**  
 Les équations de croissance individuelle, tant en longueur qu'en poids, sont simplifiées quand on sélectionne  $H(W_a) = 0$  pour  $t_a = t^*$   
 Ainsi l'expression générale est réduite à:  

$$H(W_t) = H(W_\infty) (1 - e^{-K(t-t^*)})$$
- 5a. **L'équation de Richards, en poids simplifiée sera:**  

$$W_t = W_\infty \cdot [1 - e^{-K(t-t^*)}]^b$$
  
 où  $t^*$  est représenté par  $t_0$  car  $H(W_a) = 0$ . Dans le modèle de Richards cela signifie que  $W_a$  sera aussi zéro.
- 5b. **L'équation de Gompertz, en poids simplifiée sera:**  

$$\ln W_t = \ln W_\infty \cdot [1 - e^{-K(t-t^*)}]$$
  
 Dans ce cas  $H(W_a) = 0$  correspond à  $W_a = 1$
- 5c. **L'équation de Richards, en longueur simplifiée sera:**  

$$L_t = L_\infty \cdot [1 - e^{-K(t-t_0)}]$$
  
 (avec  $L_a = 0$  pour  $t_a = t_0$ )
- 5d. **L'équation de Gompertz, en longueur simplifiée sera:**  

$$\ln L_t = \ln L_\infty \cdot [1 - e^{-K(t-t^*)}]$$
  
 (avec  $L_a = 1$  pour  $t_a = t^*$ )

### Commentaires

1. L'équation de Gompertz, en poids est semblable à l'équation de Gompertz, en longueur, mais dans ces formes simplifiées  $t^*$  sont des âges différents, puisqu'ils correspondent respectivement à  $W_a = 1$  et à  $L_a = 1$ .



2. L'équation de Gompertz en longueur est semblable à celle de von Bertalanffy avec  $L_t$  substitué par  $\ln L_t$ . Dans les cas pratiques cela permet l'utilisation des mêmes méthodes particulières d'estimation des paramètres dans les deux équations, utilisant  $L$  dans l'expression de von Bertalanffy et  $\ln L$  dans l'expression de Gompertz. (voir Section 7.4)
3. On rappelle à nouveau que, dans la pratique, on utilise  $L_{\text{central}}$  et  $W_{\text{central}}$  au lieu des valeurs moyennes,  $\bar{L}$  et  $\bar{W}_t$
4. La courbe de croissance en longueur de Gompertz infléchit au point  $(t_{\text{infl}}, L_{\text{infl}})$  avec:

$$t_{\text{infl}} = t_0 + (1/K) \cdot \ln(\ln(L_{\infty}/L_0)) \quad L_{\text{infl}} = L_{\infty} / e$$

5. La courbe de croissance en poids de Gompertz infléchit au point  $(t_{\text{infl}}, W_{\text{infl}})$  avec:

$$t_{\text{infl}} = t_0 + (1/K) \cdot \ln(\ln(W_{\infty}/W_0)) \quad W_{\text{infl}} = W_{\infty} / e$$

6. La courbe de croissance en longueur de Richards n'a pas de point d'inflexion mais la courbe de croissance en poids a une inflexion au point  $(t_{\text{infl}}, W_{\text{infl}})$ :

$$t_{\text{infl}} = t_0 - \frac{1}{K} \cdot \ln \left[ \frac{1/b}{1 - \left( \frac{W_0}{W_{\infty}} \right)^{1/b}} \right] \quad W_{\text{infl}} = \left( 1 - \frac{1}{b} \right)^b \cdot W_{\infty}$$

Dans le cas particulier de l'équation de von Bertalanffy sera:

$$W_{\text{infl}} = (8/27) \cdot W_{\infty} \quad \text{et} \quad t_{\text{infl}} = t_0 + (1/k) \cdot \ln 3$$

7. Quelques auteurs se réfèrent à l'équation de Gompertz sous d'autres formes, en utilisant comme paramètres  $t_0$  et  $W_0$  le point d'inflexion  $t_{\text{infl}}$  et le poids asymptotique  $W_{\infty}$ .

Donc, on aura  $w_t = w_{\infty} \cdot \exp(-e^{-k(t-t_{\text{infl}})})$  ou  $L_t = L_{\infty} \cdot \exp(-e^{-K(t-t_{\text{infl}})})$

Parfois l'expression est présentée dans sa forme générale  $L_t = a \cdot \exp(b \cdot e^{-ct})$

Les paramètres du modèle seront  $L_{\infty} = a$ ;  $k = -c$  et  $t_{\text{infl}} = (1/c) \cdot \ln(-b)$

8. En aquaculture, où l'étude de la croissance comprend des âges très tendres et où une inflexion dans la croissance en longueur est vérifiée, on a l'habitude d'utiliser l'équation de Gompertz. Dans la pêche on utilise traditionnellement l'équation de von Bertalanffy.
9. Un modèle, qui peut s'avérer utile, est celui de Ricker (1975). Ce modèle est valide pour un intervalle de temps  $T_1$  donné et non pas seulement pour toute la vie exploitée de la ressource. En effet le modèle est basé sur la supposition basique que la croissance individuelle est exponentielle dans l'intervalle  $T_1$ .

Il en sera ainsi, par exemple dans  $L_t = L_1 \cdot e^{K_i \cdot (t-t_1)}$  où  $K_i$  peut différer d'intervalle en intervalle.

### 3.5 BIOMASSE ET CAPTURE EN POIDS, DANS L'INTERVALLE $T_i$

#### 1. Biomasses

Théoriquement, on pourrait dire que la biomasse à l'instant  $t$  de l'intervalle  $T_i$  est donnée par:

$$B_t = N_t \cdot W_t$$

et, donc, la biomasse accumulée dans l'intervalle  $T_i$  serait:

$$B_{cum_i} = \int_{t_1}^{t_2} B_t \cdot dt$$

et la biomasse moyenne dans l'intervalle  $T_i$  serait:

$$\bar{B}_i = \frac{B_{cum_i}}{T_i}$$

Le poids moyen de la cohorte,  $\bar{W}_i$ , dans l'intervalle  $T_i$  serait:

$$\bar{W}_i = \frac{B_{cum_i}}{N_{cum_i}}$$

Et, en divisant les deux termes de la fraction par  $T_i$  sera  $\bar{B}_i = \bar{N}_i \cdot \bar{W}_i$

#### 2. Capture, en poids

La capture en poids,  $Y_i$ , pendant l'intervalle  $T$  sera exprimée comme le produit de la capture,  $C_i$ , fois le poids moyen individuel pendant l'intervalle  $T_i$ :

$$Y_i = C_i \cdot \bar{W}_i$$

#### Commentaires

Dans la pratique  $\bar{W}_i$  est considéré à peu près égal à  $W_{control}$  dans l'intervalle  $T_i$ .

L'expression antérieure de  $Y_i$  peut aussi être formulée comme:

$$\begin{aligned} Y_i &= F_i \cdot N_{cum_i} \cdot \bar{W}_i \\ &= F_i \cdot B_{cum_i} \\ &= F_i \cdot \bar{N}_i \cdot \bar{W}_i \cdot T_i \end{aligned}$$

$$= F_i \cdot \bar{B}_i \cdot T_i$$

### 3.6 COHORTE PENDANT TOUTE LA VIE EXPLOITABLE

On considère l'évolution d'une cohorte pendant toute la vie exploitable, débutant à l'âge  $t_0$ . On considère des intervalles,  $T_i$ , de temps, où  $i$  varie du premier au dernier intervalle, couvrant toute la phase d'exploitation (fréquemment les intervalles sont d'un an...).

La Figure 3.6 simule l'évolution du nombre de survivants de la cohorte,  $N$ , et l'évolution des captures en nombre,  $C$ , qui sont obtenues pendant les successifs intervalles de temps  $T_i$ .

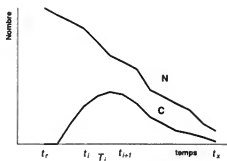


Figure 3.6 Évolution du nombre de survivants de la cohorte,  $N$ , et des captures en nombre,  $C$

La Figure 3.7 simule l'évolution de la biomasse de la cohorte,  $B$ , et l'évolution des captures en poids,  $Y$ , qui sont obtenues pendant les intervalles de temps successifs  $T_i$ .

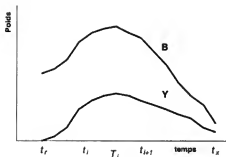


Figure 3.7 Évolution de la biomasse de la cohorte,  $B$ , et des captures en poids,  $Y$

**Valeurs des caractéristiques plus importantes de la cohorte,  
pendant toute la phase d'exploitation**

|                                  |   |
|----------------------------------|---|
| Durée de vie de la cohorte       | $\lambda = \sum T_i$  |
| Nombre total de morts            | $D = \sum D_i$ (= R (recrutement) quand tous les individus sont morts)                      |
| Nombre accumulé de survivants    | $N_{cum} = \sum B_{cum,i}$  |
| Nombre moyen de survivants       | $\bar{N} = N_{cum} / \lambda$   |
| Biomasse accumulée de survivants | $B_{cum} = \sum B_{cum,i}$  |
| Biomasse moyenne de survivants   | $\bar{B} = B_{cum} / \lambda$   |
| Capture en nombre                | $C = \sum C_i$  |
| Capture en poids                 | $Y = \sum Y_i$  |
| Poids moyen de la cohorte        | $\bar{W}_{cohorte} = B_{cum} / N_{cum} = \bar{B} / \bar{N}$                                 |
| Poids moyen de la capture        | $\bar{W}_{capt} = Y / C$  |
| Âge critique                     | $t_{critique} = \text{âge où } B \text{ est maximum, quand la cohorte n'est pas exploitée}$ |

### Commentaires

1. À première vue, il semblerait que les valeurs des caractéristiques d'une cohorte pendant toute la phase d'exploitation ne présentent pas grand intérêt, car, dans la pratique, la pêche s'exerce rarement sur une *cohorte isolée*. À chaque instant, les survivants de plusieurs cohortes sont présents et disponibles à la pêche *simultanément*.
2. Malgré cela et pour des raisons que l'on verra plus tard, il importe d'analyser les caractéristiques d'une cohorte pendant toute sa vie exploitable. La connaissance de l'évolution d'une cohorte, en nombre et en biomasse, particulièrement l'âge critique, a une grande importance pour le succès des activités de l'aquaculture. Comme  $B_t = N_t \cdot W_t$  l'âge critique,  $t_{critique}$ , sera l'âge  $t$  dans l'intervalle  $T_i$  où

$\text{tir}(W_t) = - \text{tir}(N_t) = M$  car étant l'âge critique correspondant à la biomasse maximale non exploitée, la dérivée de  $B$  à l'ordre de  $t$  sera égale à zéro.

3. Notez que  $N_{cum}$  peut être exprimé en fonction du recrutement comme

$$N_{cum} = R \cdot \{ \dots \}$$

où  $\{ \dots \}$  représente une fonction des paramètres biologiques et des coefficients de

mortalité  $F$ , pendant les années de la vie de la cohorte.  $B_{cum}$  peut aussi être exprimé comme:

$$B_{cum} = R \cdot \{ \dots \}$$

où  $\{ \dots \}$  a le même sens et inclut les paramètres de croissance.

### 3.7 SIMPLIFICATION DE BEVERTON ET HOLT

Beverton et Holt (1957) ont déduit des expressions algébriques pour les caractéristiques d'une cohorte pendant la vie exploitée en adoptant quelques suppositions simples:

1. La phase exploitée de la cohorte débute à l'âge  $t_c$  et s'étend jusqu'à l'infini.
2. Le coefficient de mortalité naturelle,  $M$ , est constant pendant toute la *phase d'exploitation*.

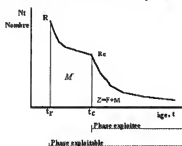


Figure 3.8 Vie d'une cohorte pendant la phase d'exploitation

3. Le coefficient de mortalité par pêche,  $F$ , est constant pendant toute la phase exploitée, soit, la phase de la vie de la cohorte qui débute à  $t_c$ .
4. La croissance suit l'équation de von Bertalanffy avec  $L_\infty = 0$  pour  $t_s = t_0$ .

#### Équations de base relatives à la phase d'exploitation

1.  $c$  (quotient entre la longueur à l'âge  $t_c$  et la longueur asymptotique) 
$$c = \frac{L_c}{L_\infty} = 1 - e^{-K(t_c - t_0)}$$
2. Recrutement 
$$R_c = R \cdot e^{-M(t_c - t_0)}$$
3. Nombre accumulé 
$$N_{cum} = \frac{R_c}{Z}$$
4. Capture en nombre 
$$C = E \cdot R_c$$

## 5. Biomasse accumulée

$$B_{cum} = R_c \cdot W_m \cdot \left[ \frac{1}{M+F} - 3 \frac{(1-c)}{M+F+K} + 3 \frac{(1-c)^2}{M+F+2K} - \frac{(1-c)^3}{M+F+3K} \right]$$

qui peut s'écrire symboliquement

$$B_{cum} = R_c \cdot W_m \cdot [...]$$

## 6. Poids moyen à la capture

$$\bar{W} = \frac{B_{cum}}{N_{cum}} = Z \cdot W_m \cdot [...]$$

## 7. Capture en poids

$$Y = C \cdot \bar{W} = F \cdot B_{cum} = F \cdot R_c \cdot W_m \cdot [...]$$

## 8. Âge moyen à la capture

$$\bar{t} = t_c + \frac{1}{Z}$$

## 9. Longueur moyenne à la capture

$$\bar{L} = L_m - (L_m - L_c) \cdot \frac{Z}{Z+K}$$

## 10. Âge critique

$$t_{critique} = t_0 - \frac{1}{K} \cdot \ln \left( \frac{M}{M+3K} \right)$$

## Commentaires

1. La simplification de Beverton et Holt permet le calcul de quelques caractéristiques de la cohorte pendant sa vie avec des expressions algébriques n'étant pas nécessaire la somme des valeurs de la caractéristique dans les successifs intervalles  $T_i$ . Ce facteur est utile quand on ne dispose pas d'ordinateur, et c'est pour cela que la simplification a été très utilisée pour effectuer des calculs dans les années 60-70. Elle est aussi utile quand on dispose seulement, pour l'évaluation des ressources, de données de mortalité naturelle,  $M$ , et de paramètres de croissance.
2. La simplification est aussi beaucoup utilisée actuellement pour étudier les effets des changements dans le coefficient de mortalité par pêche,  $F$ , et aussi des changements de l'âge de première capture,  $t_c$ , sur la biomasse de la cohorte pendant toute la vie exploitée, sur la capture en poids correspondante et sur le poids moyen à la capture. Ces analyses sont normalement illustrées par des figures. Par exemple la Figure 3.9 illustre l'analyse des biomasses et des captures en poids obtenues d'une cohorte pendant la vie exploitée, soumise à différents coefficients de mortalité par pêche supposant un âge  $t_c$  fixe.

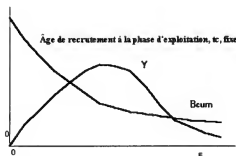


Figure 3.9 Évolution des biomasses et des captures en poids d'une cohorte sujette à différents coefficients de mortalité par pêche et  $t_r$  fixe (notez que la Figure illustre seulement l'analyse et ne prends pas en compte les échelles des axes).

3. Notez que les formes des courbes antérieures, Y et  $B_{cum}$  contre F, ne dépendent pas de la valeur du recrutement et, sont communément désignées par courbes de biomasse et capture par recrue, B/R et Y/R, respectivement. Pour simplifier les calculs sont réalisés en admettant  $R=1000$ .
4. De toutes les caractéristiques de la cohorte pendant la vie, le poids moyen à la capture (ainsi comme l'âge et la longueur moyens à la capture) ne dépendent pas de la valeur du recrutement. Ces courbes des caractéristiques d'une cohorte pendant la vie contre le niveau de pêche, F, ou contre l'âge de la 1<sup>ère</sup> capture,  $t_c$ , méritent une étude plus soignée pour des raisons exposées dans le chapitre sur les prévisions du stock à long terme.
5.  $B_{cum}$  a été calculé comme:

$$B_{cum} = \int_{t_c}^{\infty} N_t \cdot W_t \cdot dt$$

où  $N_t = R_c \cdot e^{-(M+F)(t-t_c)}$  et  $W_t = W_{\infty} \left[ 1 - e^{-K(t-t_{\infty})} \right]^b$

Les calculs peuvent aussi être réalisés en utilisant une valeur de la constante b, de la relation W-L, différente du coefficient d'isomorphisme,  $b=3$ .

Pour cela, on peut recourir à la fonction mathématique Beta incomplète (Jones, 1957).

6. Pour le calcul de  $\bar{L}$  et  $\bar{t}$  on procède de mode identique au calcul de  $\bar{W}$ , soit, on calcule

$$L_{cum} = \int_{t_c}^{\infty} N_t \cdot L_t \cdot dt \quad \text{et} \quad t_{cum} = \int_{t_c}^{\infty} N_t \cdot t \cdot dt \quad \text{d'où:}$$

$$\bar{L} = L_{cum} / N_{cum} \quad \text{et} \quad \bar{t} = t_{cum} / N_{cum}$$

Ces moyennes sont désignées par *moyennes pondérées*, étant les *facteurs de pondération* le nombre de survivants  $N_t$  à chaque âge t.

## CHAPITRE 4 - STOCK

### 4.1 STOCK PENDANT UNE ANNEE

#### 4.1.1 EVOLUTION DE LA STRUCTURE PAR AGES

Considérez l'évolution d'un stock constitué par plusieurs cohortes, pendant un an. La Figure 4.1 illustre la structure du stock au début de l'année, les caractéristiques moyennes pendant l'année et la structure qui survit à la fin de l'année.

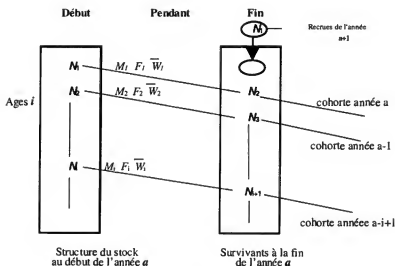


Figure 4.1 Structure du stock au début et à la fin de l'année

Représentant par  $i = 1, 2, 3, \dots$  les âges.

#### 4.1.2 CARACTERISTIQUES DU STOCK AU DEBUT DE L'ANNEE

Soient:

$N_i$  – l'effectif d'âge  $i$ , au début de l'année.

$w_i$  – le poids individuel de l'âge  $i$ , au début de l'année.

$B_i$  – la biomasse totale des individus d'âge  $i$ , au début de l'année.

$N$  – l'effectif des survivants du stock au début de l'année.

$B$  – la biomasse totale du stock au début de la même année.



Alors, on aura :

$$N = \sum_i N_i$$

$$B = \sum_i B_i = \sum_i (N_i \cdot W_i)$$

### 4.1.3 CARACTERISTIQUES DU STOCK PENDANT L'ANNEE

Soient:

|                        |  |
|------------------------|--|
| $M_i, F_i$ et $Z_i$    | coefficients de mortalité naturelle, par pêche et totale à l'âge $i$ pendant l'année |
| $\overline{W}_i$       | poids moyen individuel de l'âge $i$ pendant l'année                                  |
| $\overline{N}$         | effectif moyen des individus pendant l'année   |
| $\overline{B}$         | biomasse moyenne des individus pendant l'année                                       |
| $C$                    | capture, en nombre, pendant l'année  |
| $Y$                    | capture, en poids, pendant l'année   |
| $\overline{W}_{capt}$  | poids individuel moyen des individus capturés pendant l'année                        |
| $\overline{W}_{stock}$ | poids individuel moyen des individus du stock pendant l'année                        |

Alors:

$$N_{cum} = \sum_i N_{cum,i}$$

$$\overline{N} = \frac{N_{cum}}{T} \quad (\text{où } T=1 \text{ an})$$

$$C = \sum_i C_i$$

$$B_{cum} = \sum_i B_{cum,i}$$

$$\overline{B} = \frac{B_{cum}}{T} \quad (\text{où } T=1 \text{ an})$$

$$Y = \sum_i Y_i$$

$$\overline{W}_{capt} = \frac{Y}{C}$$

$$\overline{W}_{stock} = \frac{\overline{B}}{\overline{N}}$$

avec  $N_{cum,i}$ ,  $C_i$ ,  $B_{cum,i}$  et  $Y_i$  calculés pour tous les âges  $i$  selon les expressions données antérieurement dans le Chapitre 3 – Cohorte.

#### 4.1.4 CARACTERISTIQUES DU STOCK A LA FIN DE L'ANNEE

L'effectif d'âge  $i+1$  sera:

$$N_{i+1} = N_i \cdot e^{-Z}$$

Soit:

R – recrutement de la cohorte l'année suivante

Alors l'effectif et la biomasse du stock au début de l'année suivante seront:

$$N = R + \sum_i N_{i+1} \quad \text{et} \quad B = R \cdot W_1 + \sum_i B_{i+1}$$

où  $R \cdot W_1$  est la biomasse du recrutement de l'année suivante.

#### Commentaires

1. La fin de l'année coïncide avec le début de l'année suivante. Ainsi le nombre de survivants d'âge  $i$  à la fin de l'année sera  $N_{i+1}$ .
2. La somme du nombre total de survivants du stock à la fin de l'année n'est pas égale à l'effectif du stock au début de l'année suivante puisqu'il manque les recrues qui sont entrés pendant l'année.
3. Le nombre total de morts,  $D$ , pendant l'année, serait  $D = \sum_i D_i$
4. Comme l'intervalle de temps est d'un an, les valeurs accumulées seront égales aux valeurs moyennes, soit:

$$N_{cum_i} = \bar{N}_i$$

$$B_{cum_i} = \bar{B}_i$$

$$\bar{N} = \sum_i \bar{N}_i$$

$$\bar{B} = \sum_i \bar{B}_i$$

5. L'utilisation des mêmes symboles  $N$ ,  $B$ ,  $D$ , etc., pour le stock et la cohorte ne devra pas prêter à confusion.

## 4.2 REGIME DE PECHE PENDANT UN AN

### 4.2.1 NIVEAU DE PECHE ET REGIME D'EXPLOITATION

L'action directe de l'homme dans la pêche d'un stock se traduit par l'influence des coefficients  $F_i$  de mortalité par pêche, qui sont associés à la quantité d'effort et à la disponibilité des individus de différentes longueurs ou âges,  $i$ , aux engins de pêche utilisés par les navires pendant l'année.

Il est coutume de séparer les coefficients de mortalité par pêche en deux composants:

un dénommé niveau d'intensité de mortalité par pêche,  $\bar{F}$ , pendant l'année, ou, plus simplement, niveau de pêche,  $F$ . Le niveau est associé à la quantité d'effort de pêche, c'est-à-dire au nombre de navires qui pêchent, au nombre de jours, de prises, d'heures de pêche pendant l'année, à l'efficacité ou à la puissance de pêche des navires ou engins de pêche et une autre composante, dénommée régime d'exploitation,  $s_i$ , qui est associé aux propriétés sélectives des engins de pêche par rapport aux longueurs ou âges des individus disponibles à la capture, au cours de cette année.

On désigne par régime de pêche l'ensemble conjugué du niveau de pêche (valeur unique pour tous les âges) et du régime d'exploitation (valeurs différentes selon la longueur ou âge) pendant un an. La désignation régime de pêche peut causer quelque confusion avec le régime d'exploitation de même que la désignation de régime de pêche peut causer quelque confusion avec ce que les économistes et administrateurs désignent par régime de pêche.

On peut dire que le régime de pêche,  $F_i$ , pendant un an et correspondant à un âge  $i$ , est égal au produit du niveau de pêche de cette année,  $\bar{F}$ , par le régime d'exploitation de chaque âge,  $s_i$ , c'est-à-dire:

$$F_i = \bar{F} \cdot s_i$$

Les analyses des effets du coefficient de mortalité par pêche,  $F_i$ , sur les caractéristiques de la ressource et des captures, influencent normalement le niveau de pêche, si l'on tient compte du fait que le régime d'exploitation se maintient stable. Parfois (comme par exemple quand il y a des changements dans la taille de la maille du filet de pêche) on peut analyser les effets de changements du régime d'exploitation en maintenant fixe le niveau de pêche, mais rien n'empêche que les effets conjugués des deux composants soient analysés.

Dans la mesure où il n'y a pas de doutes, le niveau de pêche,  $\bar{F}$ , est représenté simplement par  $F$ .

### 4.3 PREVISIONS DU STOCK A COURT TERME (CT)

Quand on connaît la structure du stock au début d'une année, on peut, comme on l'a déjà vu, projeter les caractéristiques du stock au cours de cette année et estimer la structure du stock au début de l'année suivante (avec l'exception du recrutement de cette année), pour différentes valeurs du niveau de pêche,  $\bar{F}$ , et du régime d'exploitation,  $s_i$ , qui seront appliquées pendant l'année.

Il est donc nécessaire de connaître les paramètres biologiques de croissance, de maturation et la mortalité naturelle à chaque âge pendant l'année.

En adoptant une valeur pour le recrutement de l'année suivante, la prévision sera possible pour une autre année et ainsi de suite. Le plus grand inconvénient dans la prévision du stock pour plusieurs années est que ces prévisions dépendent chaque fois plus des valeurs de recrutement annuel adoptées. Par conséquent, dans la pratique, la prévision se fera pour un an, ou tout au plus, pour deux ans.

Notez que pour projeter un stock pour l'année suivante il faut disposer de données relatives à l'année antérieure. Ainsi, le premier pas consiste à projeter le stock pour l'année en cours (en déterminant ses caractéristiques à la fin de l'année) et ensuite à projeter la capture et la biomasse pour l'année suivante.

On suppose par exemple qu'en 1997 on prétendait projeter les caractéristiques du stock pour 1998. Comme les données disponibles sont, dans la meilleure des hypothèses, celles de 1996, il faudra en premier lieu projeter le stock de 1996 au début de l'année 1997 et, seulement après, réaliser les prévisions pour 1998, en estimant au préalable le recrutement de 1998.

### 4.4 PREVISION DU STOCK A LONG TERME (LT)

On considère le vecteur  $N$  de composants  $N_1, N_2, \dots, N_i, \dots$  comme représentant la structure du stock au début d'une année. Notez que  $1, 2, \dots, i, \dots$  désignent les âges des survivants de chaque cohorte présente au stock, au début de l'année.

$M_i$  et  $F_i$  représentent les coefficients de mortalité naturelle et par pêche de l'âge  $i$ , qui sont supposés constants pour les années à venir.

La Figure 4.2, illustre à l'aide d'un stock théorique, les prévisions de l'effectif des survivants des différentes cohortes présentes au début de l'année 1980, pendant les années futures de 1981-1986 (les valeurs sont en millions d'individus).

On remarque qu'il manque les recrutements qui n'ont pas encore eu lieu mais qui entreront dans la zone de pêche de 1981 à 1986. Il est donc clair qu'il manque aussi les survivants respectifs, pendant la même période.

On suppose maintenant que les recrutements de ces années étaient égaux à celui de 1980, soit, 440 millions d'individus. La Figure 4.3 montre les prévisions dans les années futures. On peut voir que les valeurs correspondantes aux mêmes âges, de la structure du stock en 1986 et de l'évolution de la cohorte de 1980, sont égales.

| Âge | Année |      |      |      |      |      |      |
|-----|-------|------|------|------|------|------|------|
|     | 1980  | 1981 | 1982 | 1983 | 1984 | 1985 | 1986 |
| 0   | 440   |      |      |      |      |      |      |
| 1   | 995   | 326  |      |      |      |      |      |
| 2   | 367   | 680  | 223  |      |      |      |      |
| 3   | 68    | 229  | 425  | 139  |      |      |      |
| 4   | 245   | 41   | 139  | 258  | 85   |      |      |
| 5   | 345   | 149  | 25   | 84   | 156  | 51   |      |
| 6   | 76    | 209  | 90   | 15   | 51   | 95   | 31   |

Figure 4.2 Structure du stock au début de 1980 et prévisions de l'effectif des survivants (millions d'individus) des différentes cohortes présentes au début des années 1981-1986

|     | Année |      |      |      |      |      |      |      |
|-----|-------|------|------|------|------|------|------|------|
| Âge | 1980  | 1981 | 1982 | 1983 | 1984 | 1985 | 1986 | 1987 |
| 0   | 440   | 440  | 440  | 440  | 440  | 440  | 440  | 440  |
| 1   | 995   | 326  | 326  | 326  | 326  | 326  | 326  | 326  |
| 2   | 367   | 680  | 223  | 223  | 223  | 223  | 223  | 223  |
| 3   | 68    | 229  | 425  | 139  | 139  | 139  | 139  | 139  |
| 4   | 245   | 41   | 139  | 258  | 85   | 85   | 85   | 85   |
| 5   | 345   | 149  | 25   | 84   | 156  | 51   | 51   | 51   |
| 6   | 76    | 209  | 90   | 15   | 51   | 95   | 31   | 31   |

Figure 4.3 Prévisions à long terme de la cohorte de 1980 et structure du stock en fixant un recrutement annuel constant de 440 millions d'individus

Une conclusion pratique pour obtenir la structure du stock en 1986 (à LT) serait de suivre l'évolution de la cohorte de 1980 et, donc, il ne serait pas nécessaire d'avoir la structure complète du stock au début de l'année. Il suffit de fixer une valeur pour le recrutement (R) d'une cohorte (et, bien sûr, supposer stables les paramètres biologiques des années suivantes). Un conseil: les calculs devront être réalisés en fixant un *Recrutement de 1000 individus* (avec un logiciel on fixe un recrutement égal à 1).

Les caractéristiques du stock à LT dans les conditions antérieures sont, généralement, proportionnelles au Recrutement (exception faite des valeurs moyennes – âge moyen, longueur moyenne, poids moyen à la capture, etc., qui sont indépendantes de la valeur de R). Ainsi, ces prévisions à LT sont aussi nommées *prévisions par recrue* et *prévisions «d'équilibre»* ou *prévisions à LT*.

Les prévisions à LT ne se limitent pas aux survivants au début de l'année, elles s'étendent aussi aux valeurs des abondances moyennes,  $\bar{N}_i$ , pendant l'année et aux captures en nombre,  $C_i$ .

Connaissant les poids individuels initiaux,  $W_i$  et moyens,  $\bar{W}_i$ , des âges  $i$ , et d'autres paramètres comme ceux de la maturation, on peut aussi projeter les biomasses totales,  $B$  ou  $\bar{B}$ , et les biomasses de ponte,  $BD$  ou  $\bar{BD}$ , de même que les captures en poids,  $Y$ .

Pour effectuer les calculs des prévisions à LT il importe de vérifier si les valeurs accumulées,  $Ncum_i$  et  $Bcum_i$ , d'une cohorte pendant un an sont égales aux valeurs moyennes,  $\bar{N}_i$  et  $\bar{B}_i$ , pendant cette année. Ainsi, les caractéristiques principales du stock, pendant 1 an et à LT, peuvent être calculées comme:

$$\begin{aligned}\bar{N}_{man} &= \sum Ncum_i = \sum \bar{N}_i \\ \bar{B}_{man} &= \sum Bcum_i = \sum \bar{B}_i \quad (\bar{BD}_{man} = \sum \bar{BD}_i) \\ \bar{W}_{man} &= \bar{B}_{man} / \bar{N}_{man} \\ C &= \sum C_i \\ Y &= \sum Y_i \\ \bar{W}_{capt} &= Y / C\end{aligned}$$

Diverses prévisions à LT peuvent être réalisées avec différentes valeurs de  $F_i$ , ou mieux encore, avec divers niveaux de pêche,  $\bar{F}$ , ou divers régimes d'exploitation,  $s_i$ .

Pour les analyses sur l'influence du niveau de pêche dans les captures et le stock, il est coutume de maintenir fixe le régime d'exploitation. Mais si on prétend évaluer les conséquences dans le stock et dans la capture d'une "correction" du régime d'exploitation (changement de maille, par exemple), on maintient fixe le niveau de pêche et on essaye différentes valeurs de  $s_i$ . On peut aussi projeter les stocks en faisant varier simultanément les deux composantes du régime de pêche.

La Figure 4.4 (A-C) illustre divers types de courbes à LT des Production par Recrue, en maintenant fixe le régime d'exploitation. Pour d'autres régimes d'exploitation, les courbes peuvent être différentes.

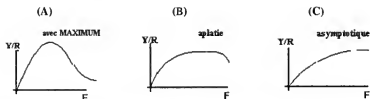


Figure 4.4 Exemples de formes des courbes de la Production par Recrue ( $Y/R$ ) contre  $F$ , selon un régime d'exploitation donné: (A – avec maximum, B - aplatie, C - asymptotique)

La Figure 4.5 (A-E) illustre les relations entre les caractéristiques les plus importantes du stock et le niveau de pêche, en maintenant stable le régime d'exploitation.

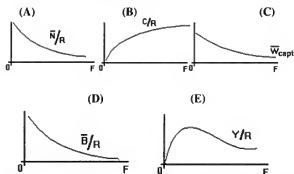


Figure 4.5 Relation entre les caractéristiques du stock à long terme contre le niveau de pêche  $F$ , (A – nombre moyen/ $R$ , B – capture en nombre/ $R$ , C – poids moyen à la capture, D – biomasse moyenne/ $R$ , E – capture en poids/ $R$ )

Une analyse plus détaillée de ces courbes sera présentée ultérieurement au chapitre 5.

### Conclusion

La structure par âges du stock à LT pendant 1 an

=

Évolution de la cohorte pendant sa vie

### Commentaires

1. Pour projeter un stock pendant un an à LT, en supposant constants les recrutements annuels, on projette une cohorte pendant toute sa vie.
2. Il faut connaître  $M_i$  pour tous les âges de la cohorte, de même que  $W_i$ ,  $\overline{W}_i$ ,  $s_i$  et le niveau de pêche,  $\overline{F}$ , qui est supposé constant dans les années à venir.
3. Le recrutement peut être n'importe lequel. On adopte  $R = 1000$  ou  $R = 1$  (avec les feuilles de calculs de l'ordinateur).
4. Les 5 caractéristiques du stock les plus importantes sont  $\overline{N}_{man}$ ,  $\overline{B}_{man}$ ,  $C_{man}$ ,  $Y_{man}$  et  $\overline{W}_{capt}$  (voir les premières pages de ce chapitre pour les expressions de calcul respectives).
5. Une autre caractéristique importante du stock est la biomasse de ponte, BP. Pour effectuer son calcul il faut connaître l'ogive (ou l'histogramme) de maturation.

6. Les prévisions à LT sont aussi désignées comme situations d'équilibre.
7. Les prévisions à LT servent à définir des objectifs de gestion à LT, ou buts à atteindre.
8.  $\bar{W}_{capt}$  annuel est le même quel que soit le recrutement (de même que  $\bar{L}_{capt}$  et  $\bar{i}_{capt}$ ).
9. Il faut ajouter que les économistes ont transformé la *capture totale*,  $Y$  en valeur  $Y\$$ , le *poids moyen à la capture*  $\bar{W}_{capt}$ , en prix moyen de poisson,  $\bar{W}\$_{capt}$ , le *rendement par navire* (ou le *CPUE*) en valeur de la production par navire,  $U\$$ , et le *niveau de pêche*,  $\bar{F}$  en coût d'exploitation,  $F\$$ . La *différence entre la valeur de la capture et le coût d'exploitation*,  $Y\$ - F\$$ , est le profit,  $L\$$ . La Figure 4.6 illustre un exemple de relation à LT entre ces caractéristiques utilisées par les économistes contre le niveau de pêche,  $\bar{F}$ .

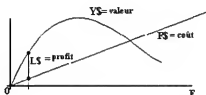


Figure 4.6 Relations à long terme entre la valeur de la capture, le coût d'exploitation et le profit contre le niveau de pêche

#### 4.5 RELATION STOCK-RECRUTEMENT (S-R)

La relation stock-recrutement, dénommée relation S-R, met en rapport la taille du stock, pendant 1 an, avec le *recrutement résultant* de la ponte du stock au cours de cette année. Le recrutement qui s'applique à la relation S-R, est le recrutement à la phase exploitable. Ce recrutement peut avoir lieu la même année que la ponte d'origine ou être déplacé d'une ou de plusieurs années.

Le problème de la relation entre la population parentale et la nouvelle génération n'est pas un cas spécial des ressources halieutiques mais de toutes les populations auto-renouvelables.

Dans chaque cas concret il est important de déterminer quel stock et quel recrutement sont mis en cause. En effet, le *stock* peut être le nombre total d'individus (au début de l'année ou la valeur moyenne pendant l'année), ou l'effectif des adultes du stock, ou l'effectif des femelles adultes, etc. D'autres caractéristiques peuvent être adoptées, non pas les abondances, en nombre, mais les biomasses respectives. La décision dépendra seulement du type de ressource et des données disponibles. Il faut aussi déterminer le type de recrutement à utiliser. En poids? En nombre? Le recrutement à la zone de pêche? Le recrutement à la phase exploitée?

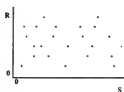
Sans préoccupation majeure, dans ce manuel, le stock (S) sera la biomasse (totale ou adulte) et le recrutement (R) sera exprimé en nombre.



On note en premier lieu qu'après la ponte, les individus de la nouvelle génération devront passer par différentes phases du cycle biologique: œufs, larves et juvéniles (avant d'être recrutés). Ces phases, qui pour quelques espèces peuvent durer quelques années n'intéressent pas directement l'exploitation halieutique. C'est pourquoi la pêche n'affecte pas directement la dimension du nouveau recrutement. C'est vrai que la pêche agit sur la dimension de la biomasse parentale qui à son tour influence le prochain recrutement, mais l'action de la pêche a lieu en dehors de l'intervalle de temps où ont lieu les phases de pré-recrutement antérieurement mentionnées, et c'est précisément pour cet intervalle de temps que l'on estime la relation S-R.

Dans ces phases de pré-recrutement, il existe une grande mortalité due à des facteurs climatiques et environnementaux (vents, courants, températures, etc.) de même que des facteurs biologiques (disponibilité de l'aliment, prédation et autres).

La grande variété de facteurs (non de pêche) et leurs grandes fluctuations rendent complexe la relation S-R, et rendent difficile la création d'un modèle pour expliquer la relation. En conclusion, **la relation S-R, entre stock et recrutement qui en résulte, peut être considérée indépendante de la pêche.**



**Figure 4.7 Exemple de la dispersion des points dans la relation S-R**

La Figure 4.7 illustre le type de dispersion des valeurs obtenues quand on marque les recrutements (R) contre les stocks parentaux (S).

En dépit des difficultés, quelques modèles pour la relation S-R ont été proposés. L'une des raisons en est que l'on croit qu'il doit exister une relation. Un des points de la relation est même connu ( $S = 0, R = 0$ ).

#### **4.5.1 MODELE DE BEVERTON ET HOLT (1957)**

Beverton et Holt, en analysant la pêche de la sole dans les eaux anglaises, ont proposé un modèle que l'on a coutume, actuellement, d'écrire de la façon suivante:

$$R = \frac{\alpha S}{1 + \frac{S}{k}}$$

où  $\alpha$  et  $k$  sont constants

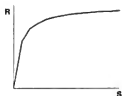


Figure 4.8 Relation S-R de Beverton et Holt

Ce modèle montre une courbe avec R résultante asymptotique quand  $S \rightarrow \infty$ .

#### 4.5.2 MODELE DE RICKER (1954)

Ricker, en étudiant la pêche à la morue de la côte Atlantique canadienne, a proposé un autre modèle qui peut s'écrire sous la forme suivante:

$$R = \alpha \cdot S \cdot e^{-S/k}$$

où  $\alpha$  et  $k$  sont constants.

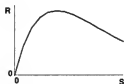


Figure 4.9 Relation S-R de Ricker

Ce modèle présente un recrutement résultant maximum pour une valeur intermédiaire du stock parental, S.

#### 4.5.3 AUTRES MODELES

D'autres modèles de S-R ont été proposés, comme le **modèle généralisé de Deriso (1980)**, qui peut être réécrit sous la forme (Hilborn & Walters, 1992):

$$R = \alpha S \cdot \left(1 - c \cdot \frac{S}{k}\right)^{1/c}$$

(quand  $c = -1$  le modèle est celui de Beverton et Holt et quand  $c \rightarrow 0$  le modèle est de Ricker)

ou le **modèle généralisé de Shepherd (1982)**, sous la forme suivante:

$$R = \frac{\alpha S}{1 + \left(\frac{S}{k}\right)^c}$$

(quand  $c = 1$  le modèle est celui de Beverton et Holt et quand  $c = 2$  la courbe est une approximation du modèle de Ricker)

Notez que dans tous les modèles présentés, pour  $S=0$  on aura  $R=0$ , comme il était à espérer, et la pente de la tangente à la courbe en ce point,  $(0,0)$ , est égale au paramètre  $\alpha$ . Parfois les relations S-R sont présentées sous la forme  $R/S$  en fonction de  $S$ .

Ainsi l'équation de Beverton et Holt sera:

$$\frac{R}{S} = \frac{\alpha}{1 + \frac{S}{k}}$$

montrant que l'inverse de  $R/S$  est linéaire avec  $S$ .

Avec le modèle de Ricker la relation entre  $R/S$  contre  $S$  serait:

$$\frac{R}{S} = \alpha e^{-S/k}$$

soit,  $R/S$  est exponentiel négatif avec  $S$  (ou  $\ln(R/S)$  est linéaire avec  $S$ ).

Dans le cas du modèle de Deriso il serait  $(R/S)^c$  linéaire avec  $S$ .

Mathématiquement ces dernières relations peuvent être utiles par leur simplicité, mais statistiquement elles peuvent présenter l'inconvénient que la variable  $S$  apparaisse aussi bien comme variable réponse que comme variable auxiliaire (indépendante).

### Commentaires

1. Se rappeler que les relations S-R sont indépendantes du niveau de pêche.
2. Les relations S-R peuvent être introduites dans les calculs des prévisions du stock. Dans ce cas, les prévisions à court terme devront être effectuées année par année en exigeant la structure du stock au début de l'année.
3. Il est nécessaire de ne pas oublier qu'il existe une grande dispersion des points  $(S, R)$  autour du modèle.
4. Dans le modèle de Deriso quand  $c = -1$  le modèle est celui de Beverton et Holt; quand  $c \rightarrow 0$  le modèle tend vers celui de Ricker (pour démontrer la limite de l'équation de Deriso quand  $c \rightarrow 0$  il suffit de se rappeler que limite  $(1+A/n)^n = e^A$  quand  $n \rightarrow \infty$ ).
5. Le modèle de Beverton et Holt mathématiquement présente une asymptotique,  $R \rightarrow \alpha k$  quand  $S \rightarrow \infty$ . La valeur de  $R$  donné par ce modèle quand  $S = k$  prend la valeur de  $R = \alpha k/2$ .

Le modèle de Deriso présente le maximum:

$$S_{\max} = k / (1+c), R_{\max} = \alpha.k / (1+c)^{1+(1/c)}$$

Le modèle de Shepherd présente le maximum:

$$S_{\max} = k.(c-1)^{-1/c}, R_{\max} = (\alpha / c).k.(c-1)^{1-(1/c)}$$

#### 4.6 RELATION ENTRE R ET $\bar{B}$ RESULTANTE (RELATION R-S)

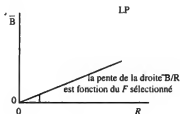
Jusqu'à maintenant la discussion a tourné autour de la relation S-R, soit la relation entre la biomasse S et le recrutement R résultant. Il y a une autre relation dont on a parlé à la Section 4.4 (Stock: prévisions à LT, particulièrement dans sa conclusion sur la structure du stock et l'évolution d'une cohorte pendant toute sa vie) que l'on pourrait appeler la relation R-S, c'est-à-dire la relation entre le recrutement R et la biomasse résultante accumulée,  $B_{\text{cum}}$ , d'une cohorte pendant toute sa vie exploitée pour un niveau de pêche donné.

La biomasse (ou biomasse de ponte) accumulée d'une cohorte pendant sa vie,  $B_{\text{cum}}$  ou  $BP_{\text{cum}}$  est, comme on l'a déjà vu, égale à:

$$B_{\text{cum}} = R \cdot \{ \text{fonction de paramètres biologiques et du régime de pêche, } F \}$$

D'autre part, on a déjà noté que la biomasse accumulée,  $B_{\text{cum}}$ , d'une cohorte pendant sa vie est égale à la biomasse moyenne,  $\bar{B}$ , du stock pendant un an, à long terme. Il convient donc de se référer à  $B_{\text{cum}}$  comme  $\bar{B}$ .

On peut dire ainsi que si les paramètres biologiques sont considérés constants, alors, pour un régime de pêche donné, la biomasse moyenne pendant un an d'un stock à LT est proportionnelle au recrutement. La Figure 4.10 illustre la proportionnalité.



**Figure 4.10** Illustration de la proportionnalité entre la Biomasse moyenne ( $\bar{B}$ ) d'un stock à LT et le Recrutement (R), pour un niveau de pêche donné, F, en supposant constant le régime d'exploitation et les paramètres biologiques

Noter que dans la Figure 4.5-D, on présente la relation sous la forme  $\bar{B}/R$  contre F. Les deux courbes 4.5-D et la Figure 4.10 sont des représentations différentes d'une même situation,

soit, pour un  $F$  donné, la courbe de la Figure 4.5-D donne la valeur de  $\bar{B}/R$  alors que la droite de la Figure 4.10 pour une valeur donnée de  $\bar{B}/R$  (pente de la droite) donne la valeur de  $F$ .

Pour d'autres valeurs de  $F$ , la droite aura des inclinaisons différentes. La Figure 4.11 montre diverses droites avec diverses valeurs de  $F$ .

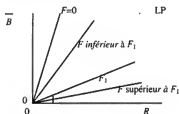


Figure 4.11 Illustration de quatre situations à LT pour différents niveaux de pêche,  $F$

La courbe de la Figure 4.9 et la droite de la Figure 4.10 peuvent être superposées dans un même graphique. La Figure 4.12 montre cette superposition, soit la superposition de la courbe S-R de Ricker contre la droite R-S (notez que dans la Figure 4.12 les positions des axes correspondants à la Figure 4.10 ont changé et, donc, quand on mentionne la pente de la droite il importe de noter qu'il s'agit de la pente par rapport à l'axe R).

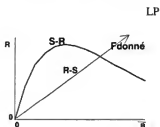
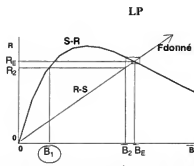


Figure 4.12 Superposition de la courbe S-R avec la droite R-S pour un  $F$  donné

Pour éviter des confusions entre les deux relations on représentera par S-R la relation entre la biomasse et le recrutement résultant et par R-S la relation entre le recrutement et la biomasse moyenne à LT.

Ainsi, on peut illustrer l'analyse conjuguée entre les deux relations à LT avec un niveau de pêche donné. Pour une biomasse donnée, la relation S-R détermine le recrutement futur, recrutement qui à son tour donnera lieu à LT une biomasse  $\bar{B}$  résultante à travers la relation R-S, et ainsi successivement jusqu'à une situation d'équilibre.

Par exemple, on sélectionne une valeur  $\bar{B}_1$ . La courbe S-R permet de calculer la valeur de  $R_2$  résultante. À cette valeur de  $R_2$  correspondra à travers la droite (d'un  $F$  donné) la valeur de  $B_2$  résultante à LT, et ainsi successivement. On peut vérifier dans la Figure 4.13 que le processus atteint le point d'équilibre ( $R_E, \bar{B}_E$ ). Ce point correspondrait à une valeur du niveau de pêche  $F$ . Cette valeur de  $F$  peut être déterminée par la pente de la droite par rapport à l'axe de  $R$  et par la relation à LT de  $\bar{B}/R$  contre  $F$ .



**Figure 4.13** Illustration des points successifs qui, en partant d'une biomasse  $B_1$ , conduisent théoriquement au point d'équilibre ( $R_E, B_E$ )

Notez que l'intersection des deux relations ne conduit pas toujours à un point d'équilibre, ce qui dépend de l'angle à l'intersection entre les deux relations.

## CHAPITRE 5 - POINTS DE REFERENCE BIOLOGIQUE ET MESURES DE REGLEMENTATION

### 5.1 POINTS DE REFERENCE BIOLOGIQUE POUR LA GESTION ET LA CONSERVATION DES RESSOURCES HALIEUTIQUES

Les objectifs à Long Terme (LT) pour la gestion de la pêche devront tenir compte de la recherche scientifique des pêches et de la dynamique des populations ainsi que des changements climatiques qui peuvent affecter les stocks.

Pour définir ces objectifs à long terme on considère, essentiellement, des valeurs du niveau de pêche qui permettent les plus grandes captures, en poids, mais qui garantissent la conservation des stocks. On considère aussi les valeurs extrêmes de biomasse ou du niveau de pêche qui peuvent affecter gravement l'auto-renouvellement des stocks. Ces valeurs de niveau de pêche, de capture et de biomasse sont désignés par points de référence biologique (PRB). Dans ce manuel quelques-uns des différents types de PRB seront mis en relief (Caddy, & Mahon, 1995; FAO, 1996 et ICES, 1998).

Les Points-Cible de Référence Biologique, TRP (en anglais, Target Reference Points) sont des valeurs du niveau de mortalité par pêche (ou de biomasse du stock) qui cherchent une exploitation soutenable à long terme des stocks, avec la *meilleure capture possible*. C'est pourquoi ces points sont aussi appelés *Points de Référence pour la Gestion*. On peut caractériser les TRP par le *niveau de pêche*  $F_{cible}$  (ou de la *Biomasse*,  $B_{cible}$ ).

Peut-être que le  $F_{cible}$  plus connu est  $F_{0.1}$ , mais d'autres valeurs, comme  $F_{max}$ ,  $F_{med}$  et  $F_{MSY}$  seront aussi étudiées.

À des fins pratiques de gestion les TRP sont convertis, directement ou indirectement, en valeurs d'effort de pêche par rapport à ceux qui ont été vérifiés ces dernières années.

Les Points-Limites de Référence Biologique, LRP (en anglais, Limit Reference Points) sont des valeurs maxima de mortalité par pêche ou des valeurs minima de biomasse qui ne doivent pas être excédés. Dans le cas contraire, on considère que la capacité d'auto-renouvellement du stock est mise en danger.

Dans les cas où la pêche est déjà trop intense, les LRP pourront être importants pour corriger la situation ou pour éviter son aggravation.

Les LRP sont des valeurs limites, dirigés principalement vers la conservation des stocks marins et c'est pourquoi, on les nomme aussi points de référence pour la conservation (cette désignation ne veut pas dire que les  $F_{cible}$  ne s'inquiètent pas de la conservation).

Il existe diverses suggestions pour les LRP, mais tous seront nommés, de façon globale,  $F_{lim}$  ou  $B_{lim}$ . Dans ce manuel on nommera les niveaux  $B_{lim}$  de biomasse  $B_{loss}$  et MBAL et  $F_{lim}$  les niveaux de pêche  $F_{loss}$  et  $F_{crash}$ .

Le Principe de Précaution, proposé par la FAO dans son Code de Conduite pour une Pêche Responsable (FAO, 1995), déclare que les limitations, les incertitudes ou le manque de données pour l'évaluation ou pour l'estimation de paramètres ne doit pas constituer une justification à la non-application de mesures de réglementation, notamment quand tout indique que les stocks sont surexploités.

Dans cette perspective, il importe d'expliciter les suppositions de base qu'il faudra adopter pour estimer les conséquences sur les captures et l'abondance des stocks.

Ainsi, les incertitudes associées à l'estimation des limites des niveaux de pêche,  $F_{lim}$ , et de biomasse,  $B_{lim}$ , font que l'on détermine de nouveaux points de référence, désignés par Points de Référence de Précaution,  $F_{pa}$  ou  $B_{pa}$ .

$F_{pa}$  (ou  $B_{pa}$ ) devront toujours être estimés avec des suppositions admissibles et devront aussi considérer les conséquences d'adoption d'hypothèses alternatives sur les caractéristiques du stock et de la pêche.

Les nouvelles limites ( $F_{pa}$  ou  $B_{pa}$ ) dues à l'application du Principe de Précaution, seront plus restrictives que les LRPs. Les conséquences pratiques de ces nouvelles limites, se traduisent par des mesures de réglementation pour contrôler l'effort de pêche plus sévères que dans les cas où il existe des données adéquates.

C'est, pour ainsi dire, la pénalisation de l'absence de conditions appropriées de disponibilité de données et d'informations fiables.

L'abordage de précaution, suggère que les résultats de la recherche des pêches soient adoptés par la gestion dans la formulation des mesures de réglementation et que celles-ci tiennent aussi compte des conditions socio-économiques et des techniques de pêche (FAO, 1996).

Pour finir, une remarque sur tous les Points de Référence Biologique dont on a parlé précédemment: leur estimation présuppose un certain régime d'exploitation.

L'évaluation des points de référence biologique devra être actualisée, en tenant compte de possibles changements des paramètres biologiques ou de toute autre correction jugée nécessaire du régime d'exploitation. Cet aspect est important car les nouveaux points de référence biologique obtenus différeront des précédents.



## 5.2 POINTS-CIBLE DE REFERENCE BIOLOGIQUE

( $F_{\max}$ ,  $F_{0.1}$ ,  $F_{\text{med}}$  et  $F_{\text{MSY}}$ )

### 5.2.1 $F_{\max}$

#### Définition

1. Considérez la capture par recrue à LT en poids,  $Y/R$ , comme fonction de  $F$  pour un régime d'exploitation donné.

$F_{\max}$  est le point de la courbe,  $Y/R$  contre  $F$ , à LT, où  $Y/R$  est maximum.

La Figure 5.1 montre la courbe de  $Y/R$  contre  $F$ , à LT, d'un stock.

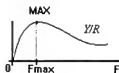


Figure 5.1  $Y/R$  en fonction de  $F$  pour un  $t_e$  donné constant, montrant  $F_{\max}$  et  $Y_{\max}$

De même qu'il a été mentionné au Chapitre 4 quand on se réfère aux prévisions à LT on suppose que le recrutement est constant et égal à 1 ( $R=1$ ). Ainsi, les expressions mathématiques sont plusieurs fois simplifiées en écrivant simplement  $Y$  au lieu de  $Y/R$  pour la capture par recrue, en poids.

2. Mathématiquement au point  $F_{\max}$ , la dérivée de  $Y/R$  contre  $F$  est égale à zéro, soit,

$$\text{En } F = F_{\max} \text{ sera } \frac{dY}{dF} = 0 \quad \text{tia}(Y) = 0 \text{ (Valeur de } Y \text{ est maximum)}$$

$$\text{Pour } F < F_{\max} \text{ sera } \frac{dY}{dF} > 0 \quad \text{tia}(Y) > 0 \text{ (} Y \text{ est croissant avec } F \text{)}$$

$$\text{Pour } F > F_{\max} \text{ sera } \frac{dY}{dF} < 0 \quad \text{tia}(Y) < 0 \text{ (} Y \text{ est décroissant avec } F \text{)}$$

Géométriquement, la pente de la tangente à la courbe est égale à zéro pour  $F = F_{\max}$ , positive pour  $F < F_{\max}$  et négative pour  $F > F_{\max}$ .

### Commentaires

1. À la valeur de  $F_{\max}$  correspondront des valeurs de  $\bar{B}_{\max} / R$  et  $Y_{\max} / R$ .

Il convient d'analyser aussi la situation de  $\bar{B} / R$  aux points  $F \neq F_{\max}$ .

Pour  $F < F_{\max}$  sera  $\bar{B} > \bar{B}_{\max}$

Pour  $F > F_{\max}$  sera  $\bar{B} < \bar{B}_{\max}$

Le point  $F_{\max}$  ne dépend pas de la valeur du recrutement.

2. Pour un autre régime d'exploitation il existera un autre  $F_{\max}$ .
3. Tous les points de la courbe  $Y/R$  contre  $F$ , sont des points à LT ou d'équilibre.
4. Quand le niveau,  $F$ , est supérieur à  $F_{\max}$  il y a surpêche de croissance.

Il convient de présenter les deux courbes  $Y/R$  et  $\bar{B}/R$  contre  $F$ , à LT, dans le même graphique (à des échelles différentes).

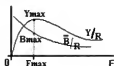


Figure 5.2 Courbes à long terme de  $Y/R$  et  $\bar{B}/R$  contre  $F$ , pour un régime d'exploitation donné

$F_{\max}$  a été adopté par la majeure partie des Commissions Internationales des Pêches comme objectif à LT de la gestion (1950-1970).

Aujourd'hui encore  $F_{\max}$  est utilisé comme point-cible ayant déjà été proposé comme Point de Référence Biologique (LRP) dans quelques cas.

Les courbes aplaties et asymptotiques ne permettent pas la détermination de  $F_{\max}$ .

Pour la définition de  $F_{\max}$  on ne considère pas un niveau de biomasse de ponte adéquat.  $F_{\max}$  indique seulement la valeur de  $F$  qui résulte dans la capture par recrue maximum possible à extraire d'une cohorte pendant sa vie, pour un régime d'exploitation donné.

Les analyses de ces courbes, surtout de  $\bar{B}$ ,  $Y$  et  $\bar{W}_{\text{capt}}$  contre le niveau de pêche, nous informent de "l'abondance" de la ressource ou rendement d'un navire, de la capture totale de toute la flottille et du poids moyen à la capture à LT, pour différents niveaux de pêche.

## 5.2.2 $F_{0.1}$

### 1. Définition

On considère la capture par recrue à LT,  $Y/R$ , comme fonction du coefficient de mortalité par pêche,  $F$ . À chaque niveau de pêche,  $F$ , correspond une valeur de  $tia(Y/R)$ . La  $tia(Y/R)$  est maximum quand  $F = 0$  et décroît, étant zéro quand  $F = F_{max}$ .

Le point  $F_{0.1}$  est la valeur de  $F$  où la  $tia(Y/R)$  est égale à 10% de la  $tia(Y/R)$  maximum.

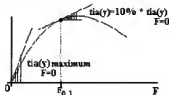


Figure 5.3  $Y/R$  montrant le point-cible de référence  $F_{0.1}$

2. Pour  $F = 0$ , la biomasse par recrue,  $\bar{B}/R$  sera  $\bar{B}_0$ , aussi désigné par "Biomasse vierge" ou *Biomasse non-exploitée*.

Comme résultat de  $Y = F \cdot \bar{B}$  on aura: 
$$\frac{dY}{dF} = \bar{B} + F \frac{d\bar{B}}{dF}$$

donc, pour  $F = 0$  on aura 
$$tia(Y) = \left( \frac{dY}{dF} \right)_{F=0} = \bar{B}_0$$

Par conséquent, à partir de la définition donnée au point 1 on peut aussi conclure que  $F_{0.1}$  est la valeur de  $F$  où le  $tia(Y) = 10\%$  de la biomasse vierge.

### 3. Calcul de $F_{0.1}$

Soit la fonction  $V = Y - 0.1 \cdot \bar{B}_0 \cdot F$

On prouve que la fonction  $V$  est maximum quand  $F = F_{0.1}$

En effet  $V$  est maximum quand  $F$  est tel que  $\frac{dV}{dF} = 0$ , alors:

$$\frac{dV}{dF} = \frac{dY}{dF} - 0.1 \cdot \bar{B}_0 = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{dY}{dF} = 0.1 \cdot \bar{B}_0$$

donc la valeur de  $F$  correspondante à  $dY/dF$  antérieur est la valeur de  $F_{0.1}$ .

$F_{0.1}$  peut donc, être calculé en maximisant la fonction  $V = Y - 0.1 \cdot \bar{B}_0 \cdot F$ ,

mais il est nécessaire de calculer auparavant  $\bar{B}_0$ , par exemple, de la relation de  $\bar{B}$  contre  $F$ , à LT, quand  $F = 0$ .

Graphiquement nous aurons :

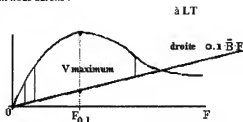


Figure 5.4 Courbe Y/R montrant la maximisation de la fonction V

4. Pourquoi adopter  $Y/R$  égal à 10% et non pas un autre pourcentage, par exemple 20%?

Gulland et Boerema (1969) ont présenté quelques arguments, dont certains d'ordre financier. Certains pays (par exemple l'Afrique du Sud) adoptent la valeur de 20% ce qui résulte en un point de référence  $F_{0.2}$  plus conservateur que  $F_{0.1}$ .

5. La Figure 5.5 illustre les deux points de référence biologique  $F_{max}$  et  $F_{0.1}$ .

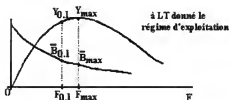


Figure 5.5 Variation de Y/R et B/R avec illustration des points de référence biologique  $F_{max}$  et  $F_{0.1}$

$\bar{B}_{0.1}$  et  $Y_{0.1}$  sont les valeurs de  $\bar{B}$  et  $Y$  correspondants à  $F_{0.1}$

$F_{0.1}$  est toujours inférieur à  $F_{max}$

$\bar{B}_{0.1}$  est toujours supérieur à  $\bar{B}_{max}$

$Y_{0.1}$  est toujours inférieur à  $Y_{max}$ , même si la différence n'est pas grande.

La deuxième relation indique des avantages de  $\bar{B}_{0.1}$  sur  $\bar{B}_{max}$ . La dernière conclusion montre que  $Y_{0.1}$  n'est pas la plus grande capture possible, mais est acceptable comme point-cible de gestion. Le fait que  $\bar{B}_{0.1}$  est supérieur à  $\bar{B}_{max}$  suggère que le niveau de pêche  $F_{0.1}$  donne plus de garanties pour maintenir une reproduction acceptable. Notez que  $F_{0.1}$  peut être déterminé même quand la courbe est aplatie ou asymptotique.

Un autre régime d'exploitation générerait un autre  $F_{0.1}$ .

Dans les années 1960-70,  $F_{0.1}$  commença à être préféré à  $F_{\max}$  comme point-cible pour la gestion des ressources, étant adopté, dans les années 80, comme objectif à LT par plusieurs Commissions Internationales pour les Pêches et par la CEE.

### 5.2.3 $F_{\text{med}}$

#### 1. Définition

Ce point-cible prétend considérer la relation S-R entre stock et recrutement résultant, et donc, n'adopte pas la supposition de recrutement constant comme dans les cas de  $F_{\max}$  et  $F_{0.1}$ .

A cet effet on considère connues, pour chaque année dans une période de temps donné, les biomasses de ponte et les recrutements qui en résultent.

Ces données permettent le calcul empirique des quotients entre le recrutement et les biomasses parentales dans chaque année de la période.

Habituellement on illustre  $F_{\text{med}}$  en considérant le graphique dont les points correspondent à des paires de valeurs de biomasse parentale (totale ou de ponte),  $\bar{B}$ , pendant cette année et le recrutement qui en résulte, R. La Figure 5.6 montre cette situation.

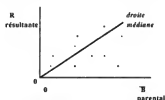


Figure 5.6 Illustration d'une droite médiane

La droite marquée sépare le nombre total de points en parties égales, soit, 50% des points se trouvent dans la partie supérieure et 50% se trouvent dans la partie inférieure de la droite. Cette droite est dénommée droite médiane, ou à 50%, selon l'interprétation suivante: dans 50% des années de la période considérée les valeurs de R ont été inférieures aux valeurs de R estimées par la droite médiane (ou, dans 50% des années de la période considérée les valeurs de R ont été supérieures aux valeurs de R estimées par la droite médiane).

Comme on l'a déjà vu dans la Section 4.5 pour chaque droite indiquée sur le graphique, la pente  $\bar{B}/R$  résultant est associée à une valeur du niveau de pêche, F (à LT). La valeur de F associée à la droite médiane est, par définition, le point-cible F médian,  $F_{\text{med}}$ .

$F_{\text{med}}$  est alors défini comme étant la valeur de F qui à LT produira une valeur de biomasse de ponte par recrue dont l'inverse est égal à la valeur médiane des quotients entre les recrutements annuels et les biomasses de ponte parentales observées pendant une période d'années.

En se basant sur les données observées dans la période d'années considérées, on peut dire que 50% est une estimation de la probabilité qu'aura une biomasse parentale de correspondre à un recrutement résultant *supérieur* ou *inférieur* à celui indiqué par la droite médiane.

## 2. Calcul de $F_{med}$

Pour déterminer la valeur de  $F_{med}$  il faut recourir à la relation entre la biomasse résultante par recrue contre le niveau de pêche,  $F$ , à LT (Section 4.4, Figure 4-D).

La détermination de  $F_{med}$  peut se faire mathématiquement ou graphiquement.

Pour calculer  $F_{med}$  mathématiquement on détermine pour chaque paire de valeurs ( $\bar{B}$ ,  $R$ ) la raison  $\bar{B}/R$ . On ordonne ces valeurs et on calcule sa valeur médiane,  $\bar{B}/R_{médiane}$ .

Dans la relation à LT de la Biomasse par Recrue contre  $F$ , on cherche la valeur de  $F_{med}$  comme valeur de  $F$  correspondante à la valeur médiane obtenue précédemment.

Pour calculer graphiquement, notez que dans la Figure 5.6 l'inclinaison de la droite médiane contre l'axe  $R$  est égale à  $\bar{B}/R$ . C'est la valeur de cette inclinaison qui devra servir à calculer la valeur de  $F_{med}$  dans le graphique de  $\bar{B}/R$  contre  $F$ , dans la projection à LT. On illustre dans la Figure 5.7 (A-B) le calcul.

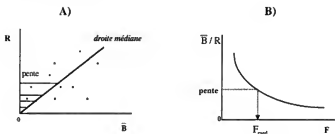


Figure 5.7 Illustration du calcul graphique de  $F_{med}$

On peut dessiner d'autres droites, correspondantes à d'autres probabilités différentes de 50%. La Figure 5.8 illustre le calcul graphique de  $F_{10\%}$ . La droite dessinée dans la Figure 5.8A, sépare les points, de façon à que 10% restent dans la partie inférieure de la droite (ou 90% des points restent dans la partie supérieure). On a désigné cette droite par droite 10%.

Notez que l'inclinaison de la droite de 10% avec l'axe  $R$  est supérieur à l'inclinaison de la droite médiane, comme il est illustré dans la Figure 5.9B. Ainsi,  $F_{10\%}$ , ou  $F_{bas}$ , est inférieur à  $F_{med}$ .

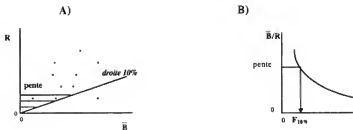


Figure 5.8 Illustration du calcul graphique de  $F_{10\%}$

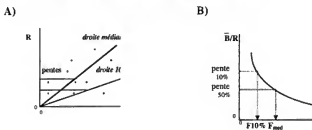


Figure 5.9 Illustration graphique des inclinaisons et  $F$ 's correspondants pour les droites médianes et 10%

### Commentaires

1. Le point-cible  $F_{med}$  prétend garantir un niveau acceptable de biomasse en se basant sur la relation empirique de S-R.
2. D'autres pourcentages peuvent aussi être adoptés, correspondant à des droites qui envisagent différentes possibilités d'obtenir des recrutements inférieurs à ceux qui sont indiqués par la droite médiane. Ainsi,  $F_{haut}$  correspondrait à l'utilisation, au lieu de la droite 50%, de la droite 90%, pour laquelle les recrutements de 90% des années observées seraient inférieurs à ceux estimés par la droite.
3.  $F_{90\%}$ , comme l'on verra dans la Section suivante, peut aussi être considéré comme un Point Limite (LRP).
4. Notez que la pente de la droite de 10% avec l'axe  $R$  est supérieur à la pente de la droite médiane et, donc,  $F_{10\%}$  (ou  $F_{bas}$ ) est inférieur à  $F_{med}$  (Figure 5.9B).
5.  $F_{med}$  a été utilisé dans la gestion, ces dernières années, particulièrement pour la sardine ibérique.
6. La biomasse utilisée peut être la biomasse totale,  $\bar{B}$ , mais fréquemment c'est la biomasse de ponte,  $\bar{B}P$ .

7. Si la valeur médiane ne passe pas exactement par un point marqué sur le graphique de dispersion (dans le cas où le nombre de valeurs serait pair) on adopte la valeur centrale. De toute façon,  $F_{med}$  est toujours une valeur rapprochée.

## 5.2.4 $F_{MSY}$

### Définition

$F_{MSY}$  est défini comme étant la valeur de  $F$  qui produit à long terme la capture maximum. Pour la détermination de ce point de référence biologique il faut une relation S-R d'où la différence para rapport à  $F_{max}$ .

## 5.3 POINTS LIMITE DE REFERENCE BIOLOGIQUE

( $B_{loss}$ , MBAL,  $F_{crash}$  et  $F_{loss}$ )

Il existe diverses propositions pour  $F_{lim}$  et  $B_{lim}$ . Pour chaque stock les valeurs des  $F_{lim}$  et  $B_{lim}$  adoptés dépendent des caractéristiques du stock et de son exploitation. Le point important est que le LRP adopté soit une valeur qui permette l'exploitation de façon à éviter des situations dangereuses pour le renouvellement du stock.

Quelques-uns de ces points sont dérivés des valeurs observées de Biomasse et du Recrutement résultant. Quelques propositions de LRP de ce genre sont  $B_{loss}$  et MBAL. Ces LRP sont normalement classifiés par quelques auteurs comme non paramétriques, puisque leur détermination ne dépend d'aucun modèle particulier de la relation S-R.

Une autre catégorie de points LRP classifiés comme paramétriques, sont dérivés des modèles S-R. On mentionnera  $F_{crash}$ .

On cite aussi la catégorie de points LRP dont la détermination engage des valeurs observées et des valeurs obtenues par l'application de modèles S-R, comme, par exemple,  $F_{loss}$ .

### 5.3.1 $B_{loss}$

$B_{loss}$  est la plus petite biomasse de ponte *observée* dans la série de valeurs annuelles de la biomasse de ponte (en anglais Lowest Observed Spawning Stock).

### 5.3.2 MBAL

Plus satisfaisant est le LRP désigné par Niveau Minimum Biologique Acceptable MBAL, (en anglais, Minimum Biological Acceptable Level). En effet ce LRP est un niveau de biomasse de ponte au-dessous duquel les biomasses de ponte observées, pendant une période d'années, sont réduites et les recrutements associés sont inférieurs au recrutement moyen ou médian.

### 5.3.3 $F_{crash}$

Comme son nom l'indique c'est une limite qui correspond à une valeur de  $F$  très haute, ce qui indique une probabilité élevée d'effondrement de la pêche.

$F_{crash}$  est le niveau de pêche  $F$  qui à LT produira un niveau de biomasse de ponte par recrue (S/R) égal à l'inverse du taux instantané de variation de  $R$  avec la biomasse, au point initial.



( $S = 0, R = 0$ ). Avec les modèles S-R présentés antérieurement cette valeur, ou graphiquement la pente de  $S/R$  à l'origine, est le paramètre  $1/\alpha$  des modèles S-R.

Pour la détermination graphique de ce LRP, on commence par obtenir la pente de l'angle que la tangente à la courbe S-R *résultante*, à l'origine, fait avec l'axe des R. Ensuite, et à partir de la relation  $\bar{B}/R$  contre F, à LT, on cherche la valeur de F qui correspond à la valeur  $\bar{B}/R$  indiquée par cette pente.

### 5.3.4 $F_{loss}$

On a l'habitude de définir  $F_{loss}$  comme niveau de pêche F qui à LT produira un niveau de biomasse de ponte par recrue ( $S/R$ ) associé à  $B_{loss}$ .

Pour déterminer ce point-limite on commence par obtenir, à partir de la courbe S-R ajustée, la valeur de R correspondante à  $B_{loss}$ . On calcule alors  $B_{loss}/R$  et on recherche dans la relation  $B/R$  contre F, à LT, la valeur de F correspondante.

Les Points Limites présentés, de même que d'autres points limites proposées, ont été et sont critiqués par leur dépendance aux valeurs observées ou de leur ajustement à la relation S-R.

## 5.4 POINTS DE REFERENCE DE PRECAUTION - Fpa, Bpa

Comme il a été mentionné plus tôt, le Principe de Précaution recommande que les évaluations soient faites même quand les données de base sont déficientes. Cette recommandation implique que, dans ce cas, l'estimation des Points de Référence Biologique ne sera pas d'une grande précision. Les incertitudes des estimations doivent être calculées avec l'obligation de mentionner les suppositions et les modèles utilisés.

Une suggestion pour la détermination de Fpa et Bpa est d'estimer  $F_{lim}$  ou  $B_{lim}$  et d'appliquer les règles empiriques suivantes :

$$Fpa = F_{lim} \cdot e^{-1.645 \cdot \sigma} \quad \text{et} \quad Bpa = B_{lim} \cdot e^{+1.645 \cdot \sigma}$$

où la constante  $\sigma$  est une mesure associée à l'incertitude dans l'estimation du niveau de mortalité par pêche, F. Les valeurs obtenues dans diverses pêcheries désignent des valeurs de  $\sigma$  dans l'intervalle (0.2, 0.3) (ICES, 1997). Dans la pratique, on peut dire que Fpa est situé entre  $0.47F_{lim}$  et  $0.61F_{lim}$  de même que Bpa est entre  $1.39B_{lim}$  et  $1.64B_{lim}$ .

Il convient d'expliquer que les points-cible mentionnés plus haut peuvent, dans certains cas, être considérés comme points limites ou de précaution selon l'analyse conjuguée de l'état d'exploitation du stock et des points de référence biologique obtenus.

## 5.5 MESURES DE REGLEMENTATION DES PECHEES

Les mesures de réglementation visent le contrôle du niveau de pêche et du régime d'exploitation appliqués au stock de façon à ce que l'exploitation soit adéquate.

Les mesures de réglementation plus communes pour contrôler le niveau de pêche sont :

- Limitation du nombre de licences de pêche.
- Limitation de l'effort total de pêche exercé chaque année (limitant les jours de pêche, le nombre de voyages en mer, le nombre de jours en mer, etc.).
- Limitation du Total Admissible de Capture (TAC).

Le TAC est une mesure qui contrôle la capture et, indirectement, le niveau de pêche. Cependant, il est coutume d'accompagner le TAC d'un système de répartition de ce total en quotas attribués à chaque composant ou navire de la flottille. Ainsi, on évite aussi la pêche débridée et la compétition entre les navires pour capturer au début de l'année le maximum possible jusqu'à ce que le TAC soit atteint.

Le système de quotas attribués à chaque navire est par Quotas Individuels (IQ).

Les mesures de réglementation pour corriger le régime d'exploitation sont normalement désignées par mesures techniques. Quelques-unes de ces mesures sont :

- La taille (ou poids) minimum des individus débarqués.
- La taille minimum des mailles des filets de pêche.
- Les zones et époques d'interdiction de pêche pour la protection du frai (mesure populairement connue par arrêt biologique).
- Les zones et époques d'interdiction de la pêche pour la protection des exemplaires juvéniles.

Il est de la compétence des responsables de l'Administration pour la gestion des pêches de promouvoir la législation et l'application des mesures de réglementation (dans le cas particulier de l'UE, et pour les stocks des Zones Économiques Exclusives (ZEEs) des états membres, la décision sur les mesures à appliquer est de la compétence de la Commission). De toute façon, la gestion nécessite de l'analyse de l'état du stock et de son exploitation ainsi que des effets des mesures recommandées. Cette étude est de la compétence des chercheurs halieutiques de chaque pays ou région et de leurs Instituts de Recherche Halieutique, qui devront procéder à des prévisions à Court et à Long Terme des stocks. Le Conseil International pour l'Exploitation de la Mer (ICES ou CIEM) analyse les études préparées et recommande à la Commission les mesures de réglementation et les effets espérés résultants de ces mesures, de même que les conséquences de sa non-application.

Les prévisions à CT, de même que les mesures de réglementation n'ont de sens que si, au préalable, les OBJECTIFS à LT de la gestion des pêches sont analysés et définis. L'analyse des prévisions à LT du stock et de sa pêche sont aussi de la compétence des chercheurs qui présentent leurs conclusions à la direction.



la zone de frai, ou en quelque autre occasion, représente toujours une réduction de l'effort de pêche ce qui, dans plusieurs situations, peut ne pas constituer un inconvénient majeur et, dans quelques cas, peut être bénéfique.

6. Il faut rappeler qu'aucune mesure de réglementation n'atteindra ses objectifs si l'on ne remplit pas les deux conditions suivantes:

Prise de conscience par tous les pêcheurs (au sens le plus large) que la mesure est bénéfique. Pour cela, il est important de promouvoir la discussion des conclusions des chercheurs, leurs objectifs, leurs raisons et les effets attendus.

Fiscalisation efficace dans les ports et en mer ! La zone de 200 milles peut être étendue et la fiscalisation chère, mais il n'est peut-être pas nécessaire de fiscaliser toute cette zone. Il suffit de contrôler intensément les zones les plus pêchées et, avec une intensité moindre, les zones restantes.

De toute façon, ces dernières années, différentes voies ont été cherchées pour l'accès aux ressources halieutiques, à la fiscalisation de l'exploitation, etc. Quelques exemples sont l'établissement du système de quotas individuels transférables (ITQ), le système de co-gestion, ou encore le système de gestion communale où quelques responsabilités de gestion sont attribuées aux utilisateurs des ressources.

7. Le système de gestion ITQ est basé sur la supposition que seulement les navires efficaces ou rentables économiquement ont intérêt à pêcher. Ainsi les TACs sont répartis en quotas individuels, lesquels seront vendus aux enchères à qui fera la meilleure offre.

Le système de co-gestion attribue une grande partie de la responsabilité de la gestion à ceux qui exploitent directement les ressources halieutiques – armateurs, pêcheurs et organisations professionnelles ou syndicats. Dans ce système les quotas ne sont pas vendus aux enchères et l'on ne perd pas la propriété de la licence de pêche.

Ce sont les systèmes les plus connus.

Le système ITQ présente les inconvénients suivants : la perte définitive des titres des quotas et des licences de pêche ; la promotion de la concentration de quotas dans les mains de groupes réduits d'entrepreneurs (qui peuvent même ne pas appartenir au secteur des pêches ni même nationaux) ; et le mépris des aspects sociaux, humains et culturels en faveur de critères d'efficacité économique.

Le système de co-gestion, au contraire, se préoccupe des aspects sociaux pour les intéressés; recherche leur participation directe et consciente avec les autorités gouvernementales dans le cadre des responsabilités de gestion, en incluant la fiscalisation.

## CHAPITRE 6 - MODELES DE PRODUCTION

### 6.1 SUPPOSITION DE BASE POUR L'EVOLUTION DE LA BIOMASSE D'UN STOCK NON EXPLOITE

Les modèles de production (aussi désignés par modèles de production générale, modèles globaux, modèles synthétiques ou modèles de Lotka-Volterra) considèrent le stock dans sa totalité, soit, ils ne font pas cas de la structure du stock par âges ou longueurs.

La biomasse totale d'un stock *non-exploité*, ne peut grandir au-delà d'une certaine limite. La valeur de cette limite dépend, pour chaque ressource, de l'espace disponible, de l'accès aux aliments, de la compétition avec d'autres espèces, etc., en résumé, elle dépend des capacités de l'écosystème à maintenir le stock qui y habite. On désignera cette limite par Capacité Soutenable,  $k$ .

La biomasse totale d'une ressource halieutique non-exploitée tend à croître vers sa capacité soutenable,  $k$ , à un taux,  $tia(B_t)$ , qui n'est pas constant. Le taux,  $tia(B_t)$ , est réduit quand la biomasse est petite, croît quand la biomasse croît et est à nouveau réduit quand la biomasse se rapproche de la capacité soutenable. Il convient de noter que la biomasse peut souffrir des altérations, même des diminutions, dues aux fluctuations des facteurs naturels, mais, dans tous les cas, la tendance sera toujours croissante et même sa capacité de soutien.

Ainsi, on peut suggérer que ni  $tia(B_t)$  ni  $tir(B_t)$  ne sont constants.

En parallèle avec ce qui a été fait avec la supposition de base de la croissance individuelle, on définira une fonction  $H$  de  $B_t$ , pour l'évolution d'une ressource halieutique non exploitée ("naturelle"), afin de pouvoir adopter la supposition de base suivante:

$$\underset{\text{naturel}}{tir}[H(k) - H(B_t)] = -r \quad \text{avec } r \text{ constant}$$

$r$  est habituellement désigné par taux intrinsèque de croissance de  $B_t$ . De cette expression on peut déduire, mathématiquement,  $tir(B_t)$ , qui est le taux d'intérêt pour le développement des modèles :

$$\underset{\text{naturel}}{tir}(B_t) = \frac{r[H(k) - H(B_t)]}{\left[ B_t \cdot \frac{dH}{dB_t} \right]}$$

### 6.2 STOCK EXPLOITE

Quand le stock est exploité, il convient de séparer  $tir(B_t)$  dû à toutes les causes dans deux composants, soit,  $tir(B_t)$  dû à la pêche et  $tir(B_t)$  dû à toutes les autres causes, désigné par  $tir(B_t)$  naturel. Ainsi la supposition de base aura la forme suivante:

$$tir(B_t)_{\text{total}} = tir(B_t)_{\text{naturel}} + tir(B_t)_{\text{pêche}}$$

On peut dès maintenant, dire que, dans un intervalle de temps  $T_i$  où le niveau de pêche est constant, on aura:

$$\text{tir}(B_i)_{\text{pêche}} = F_i = \text{constante}$$

Donc, dans l'intervalle  $T_i$ , sera:

$$\text{tir}(B_i)_{\text{total}} = f(B_i)_{\text{naturel}} - F_{\text{pêche}}$$

On a l'habitude de désigner  $\text{tir}(B_i)$  dû à des causes naturelles seulement par  $f(B_i)$ , qui selon la supposition de base de l'évolution naturelle de la biomasse, est supposée être une fonction de la biomasse,  $B_i$ .

### Commentaires

1. Historiquement les modèles de production ont été les premiers modèles à être utilisés dans l'analyse sur l'évolution de populations biologiques, Lotka-Volterra (1925-1928).
2. Schaefer (1954) a appliqué pour la première fois un modèle de production à un stock halieutique sujet à la pêche.
3. La capacité soutenable,  $k$ , est aussi désignée en biologie des pêches par  $B_{\infty}$  et aussi par  $B_0$ . Actuellement on a l'habitude d'utiliser le symbole  $k$  (il ne faut pas le confondre avec le symbole,  $K$ , des modèles de croissance individuelle ou de la relation S-R).
4. La supposition de base de  $\text{tir}(B_i)$  dû à des causes naturelles, présentée précédemment peut être formulée, mathématiquement, de différentes façons.
5. Les modèles de production, puisqu'ils considèrent la biomasse dans sa totalité et ne font pas cas de la structure par âges ou longueurs, ne peuvent qu'être utilisés dans les pêches pour analyser les effets de changements du niveau de pêche et non pas du régime d'exploitation.

### 6.3 APPROXIMATION DU TAUX INSTANTANÉ, $\text{tir}(B_i)$ , PAR LE TAUX MOYEN, $\text{tmr}(\bar{B}_i)$ DANS L'INTERVALLE $T_i$

Les taux instantanés "total", "naturel" et par "pêche" peuvent, dans la pratique, être rapprochés par des taux moyens relatifs,  $\text{tmr}(B_i)$ . En effet on peut dire que  $\text{tmr}(B_i) \equiv \text{tir}(B_i)$  par rapport à la moyenne  $\bar{B}_i$ . (Cette relation est exacte dans le cas du modèle exponentiel quand  $\text{tir}(B)$  est pris par rapport à la moyenne ( $\bar{B}$ )).

Ainsi, ayant les taux moyens comme approximation des taux instantanés dans l'expression générale suivante:

$$\text{tir}(B_i)_{\text{total}} = f(B_i)_{\text{naturel}} - F_{\text{pêche}}$$

on aura:

$$\text{tmr}(B_i) = f(\bar{B}_i) - F_i \text{ par rapport à } \bar{B}_i$$

ou

$$\frac{1}{\bar{B}_i} \cdot \frac{\Delta B_i}{T_i} \equiv f(\bar{B}_i) - F_{\text{pêche}}$$

et

$$\Delta B_i \equiv f(\bar{B}_i) \cdot \bar{B}_i \cdot T_i - F_i \cdot \bar{B}_i \cdot T_i$$

Ainsi, la variation de la biomasse due à toutes les causes de mortalité est décomposée en variation due à la mortalité naturelle et due à la mortalité par pêche:

$$\Delta B_{\text{total}} \cong f(\overline{B}_i) \cdot \overline{B}_i \cdot T_i - Y_{\text{pêche}}$$

ou 
$$B_{i+1} = B_i + \overline{B}_i \cdot f(\overline{B}_i) T_i - Y_i$$

## 6.4 PREVISIONS A LONG TERME (LT) (CONDITIONS D'EQUILIBRE)

La situation d'équilibre dans l'intervalle  $T_i$  implique que la biomasse du stock à la fin de l'intervalle  $T_i$  (généralement 1 an) soit égale à la biomasse au début du même intervalle, c'est-à-dire que la variation finale de la biomasse soit égale à zéro.

Alors, en rapprochant les taux instantanés des taux moyens, quand le stock est en équilibre pendant  $T_i$ , on aura  $\Delta B_i = 0$  et  $\text{tmr}(B_i) = 0$ . Ainsi, une condition d'équilibre sera:

$$f(\overline{B}_i) = F_i$$

Les conditions d'équilibre sont normalement indiquées avec E en indice. Ainsi:

$$f(\overline{B}_E) = F_E$$

$$Y_E = F_E \cdot \overline{B}_E \cdot T$$

## 6.5 INDICES DE BIOMASSE ET DE NIVEAU DE PECHE

Dans la pratique, on ne dispose pas toujours de  $\overline{B}_i$  et de  $F_i$ , d'où la recherche de quantités qui soient associées à la biomasse,  $B$ , et au niveau de pêche,  $F$ , mais, plus concrètement, qui soient des indicateurs de biomasse et du niveau de pêche. De préférence, il est plus intéressant de considérer des quantités proportionnelles à ces paramètres (que l'on désigne par *indices*).

Si l'on désigne par  $\overline{U}$  l'indice de la biomasse moyenne,  $\overline{B}$ , pendant l'intervalle de temps,  $T$  alors:

$$\overline{U} = q \cdot \overline{B}$$

et si l'on désigne par  $f$  l'indice de mortalité par pêche, pendant l'intervalle de temps,  $T$  on aura:

$$f = \text{const.} \cdot F \cdot T$$

de 
$$Y = F \cdot \overline{B} \cdot T \quad \text{et} \quad \overline{U} = q \cdot \overline{B}$$

on aura 
$$Y = F \cdot (1/q) \cdot \overline{U} \cdot T$$

Alors, pour que 
$$Y = f \cdot \overline{U}$$

Il faudra que

$$f = \frac{1}{q} \cdot FT$$

Un indice de  $\bar{B}$ , assez commun, est la capture par unité d'effort (cpue). Pour indice de F on utilise l'effort de pêche en unités appropriées de façon à être proportionnel au niveau de pêche.

La constante de proportionnalité, q, est désignée par coefficient de capturabilité et indique la fraction de la biomasse qui est capturée par unité d'effort.

## 6.6 POINTS-CIBLE DE REFERENCE BIOLOGIQUE (TRP)

Pour ces modèles on peut aussi définir des points de référence biologique.

On a l'habitude de désigner par  $F_{MSY}$  la valeur de F qui rend la capture maximum, Y.

$F_{MSY}$  est différent de  $F_{max}$ . En effet,  $F_{MSY}$  maximise la Capture en poids, alors que  $F_{max}$  maximise la Capture en poids par Recrue. A noter que dans un modèle de production on ne peut calculer  $F_{max}$ , puisqu'on le considère inconnu – implicite dans les suppositions de bases du modèle – la structure par longueurs du stock (et donc le recrutement, R).

A noter que le  $F_{MSY}$  des modèles structuraux est différent du  $F_{MSY}$  des modèles de production. Il suffit de considérer la relation S-R ainsi que le coefficient de mortalité naturel, M, qui sont implicites dans les modèles de production, ne pouvant pas être explicités.

La comparaison ou mélange de résultats des deux types de modèles devra faire cas des différentes suppositions de base sur lesquelles chaque modèle se base.

Pour les mêmes raisons,  $F_{0.1}$  des modèles de production est un concept différent du  $F_{0.1}$  des modèles structuraux.

Pour le calcul de  $F_{0.1}$ ,  $B_{0.1}$  et  $Y_{0.1}$  on peut procéder de la même façon que dans le cas des modèles structuraux, mais avec les modèles de production il est préférable de recourir aux relations, constantes, entre les points de référence 0.1 et MSY (Cadima, 1991).



## 6.7 TYPES DE MODELES DE PRODUCTION

Les modèles de production les plus utilisés dans les évaluations des ressources halieutiques sont le modèle de Schaefer (1954), le modèle de Fox (1970) et le modèle de Pella et Tomlinson (1969), qui est aussi désigné par GENPROD (nom du logiciel que les auteurs ont élaboré pour l'application de leur modèle). Fox mentionne que l'élaboration de son modèle est basé sur une idée de Garrod (1969).

À chacun de ces modèles correspondra une fonction particulière de  $H(B_t)$  dans la supposition de base.

### 6.7.1 MODELE DE SCHAEFER

Pour ce modèle de production la fonction  $H(B_t)$  de la supposition de base sera:

$$H(B_t) = B_t^{-1}$$

**Taux instantané relatif, tir( $B_t$ ), dû à des causes naturelles**

De l'expression de la supposition de base générale, on aura :

$$\text{tir}_{\text{naturel}} [k^{-1} - B^{-1}] = -r$$

et le taux instantané de variation de la biomasse "naturelle" peut être déduit mathématiquement de cette expression et écrit ainsi:

$$\text{tir}(B_t)_{\text{naturel}} = r \left[ 1 - \frac{B_t}{k} \right]$$

### Conditions d'équilibre

En rapprochant  $\text{tir}(B_t)$  de  $\text{tmr}(B_t)$ , relatif à  $\bar{B}$ , on aura:

$$\text{tmr}(B_t)_{\text{relatif } \bar{B}_E} = f(\bar{B}_E) = r \left[ 1 - \frac{\bar{B}_E}{k} \right]$$

et, comme en équilibre  $f(\bar{B}_E) = F_E$ , les conditions d'équilibre peuvent être exprimées ainsi:

$$B_E = k \cdot (1 - F_E / r)$$

$$Y_E = F_E \cdot \bar{B}_E \cdot T_i$$

Notez que  $\bar{B}_E$  est linéaire avec  $F_E$  et pour  $F_E = 0$  on aura  $\bar{B}_E = k =$  biomasse vierge.

Graphiquement, la relation entre  $\bar{B}_E$  et  $F_E$  montre une droite où l'ordonnée à l'origine est égal à  $k$  et la pente est égale à  $-k/r$ .

### ***Point-cible, $F_{MSY}$***

Pendant 1 an, les conditions d'équilibre pourront être écrites ainsi:

$$Y_E = F_E \cdot \bar{B}_E \qquad \bar{B}_E = k \cdot (1 - F_E / r)$$

et  $Y$  maximum aura lieu quand  $dY/dF=0$ . En dérivant l'expression précédente de  $Y_E$  par rapport à  $F$  et égale à zéro, on aura:

### ***Point-cible, $F_{MSY}$ (Schaefer)***

$$F_{MSY} = r/2 \qquad B_{MSY} = k/2 \qquad Y_{MSY} = rk/4$$

En effet la dérivée

$$dY/dF = \bar{B} + F (dB/dF)$$

$$\text{ou} \qquad dY/dF = k(1 - F/r) + F (- k/r) = k - 2k.F/r$$

$$\text{et, donc,} \qquad F_{MSY} = r/2$$

les autres relations sont obtenues en substituant ce résultat dans les conditions d'équilibre.

### ***Point-cible, $F_{0.1}$***

On prouve que le quotient entre  $F_{0.1}$  et  $F_{MSY}$  est constant et égal à 0.90. Ainsi, on peut conclure que:

### ***Point-cible, $F_{0.1}$ (Schaefer)***

$$F_{0.1} / F_{MSY} = 0.90 \qquad B_{0.1} / B_{MSY} = 1.10 \qquad Y_{0.1} / Y_{MSY} = 0.99$$

En effet, comme on l'a déjà vu auparavant,  $dY/dF = k - 2k.F/r$  et, comme  $F_{0.1}$  correspond à  $dY/dF = 0.1k$ , on aura:

$$0.1k = k - 2kF_{0.1}/r$$

$$\text{ou} \qquad 0.90 = 2 F_{0.1}/r$$

$$\text{ou} \qquad 0.90 = F_{0.1}/F_{MSY}$$

### ***Indices d'abondance, $\bar{U}$ , et indices du niveau de pêche, $f$***

Comme on l'a vu dans la Section 6.5, on suppose que les indices  $\bar{U}$  et  $f$  sont proportionnels à  $\bar{B}$  et  $F$ . Pour ce modèle la condition d'équilibre pourra être écrite ainsi:

$$\bar{U}_E = a + b.f_E \qquad \text{et} \qquad Y_E = f_E \cdot \bar{U}_E \qquad (a,b \text{ sont constants}).$$

Le point-cible,  $f_{MSY}$ , peut être obtenu avec la dérivée de  $Y_E$  à l'ordre de  $f_E$  égale à zéro:

### Point-cible, $f_{MSY}$ (Schaefer)

$$f_{MSY} = -a/(2b) \quad \bar{U}_{MSY} = a/2 \quad Y_{MSY} = -a^2/(4b)$$

On prouve que, dans les modèles de production, les quotients  $f_{0.1}/f_{MSY}$  et  $\bar{U}_{0.1}/\bar{U}_{MSY}$  sont égaux aux quotients  $F_{0.1}/F_{MSY}$  et  $\bar{B}_{0.1}/\bar{B}_{MSY}$ . Dans le cas du modèle de Schaefer il sera donc :

### Point-cible, $f_{0.1}$ (Schaefer)

$$f_{0.1}/f_{MSY} = 0.90 \quad \bar{U}_{0.1}/\bar{U}_{MSY} = 1.10 \quad Y_{0.1}/Y_{MSY} = 0.99$$

De  $\bar{U} = q \cdot \bar{B}$ ,  $FT = q \cdot f$  et des expressions précédentes des points-cible relatifs à  $F_{MSY}$  et  $f_{MSY}$  on peut aussi obtenir les relations des paramètres  $k$  et  $r$  avec les coefficients  $a$ ,  $b$  et  $q$  :

$$k = a/q \quad r = -aq/(bT) \quad kr = -a^2/(bT)$$

Quand la valeur de l'intervalle  $T$  est d'un an,  $T$  n'apparaît pas dans les expressions. Ces expressions permettent le calcul des paramètres du modèle,  $k$  et  $r$ , dès que l'on connaît la valeur du coefficient de capturabilité,  $q$ . Notez que le produit  $k \cdot r$  ne dépend pas de  $q$ .

## 6.7.2 MODELE DE FOX

Pour le modèle de production de Fox la fonction  $H(B_t)$  sera :

$$H(B_t) = \ln(B_t)$$

### Taux instantané relatif, $tir(B_t)$ , du à des causes naturelles

De l'expression de la supposition de base générale on aura pour le modèle de Fox :

$$tir_{naturel} [ \ln k - \ln B ] = -r$$

et donc, comme mentionné plus haut, le taux instantané de variation de la biomasse "naturelle" peut être déduit mathématiquement de cette expression, et dans ce cas, écrite ainsi :

$$tir(B_t)_{naturel} = r \cdot \ln(k/B_t)$$

### Conditions d'équilibre

La condition d'équilibre de la biomasse peut être exprimée ainsi :

$$r \cdot \ln(k/\bar{B}_E) = F_E$$

et, donc, les conditions d'équilibre seront :

$$\bar{B}_E = k \cdot e^{-F_E/r} \quad Y_E = F_E \cdot \bar{B}_E \cdot T_i$$

Notez que  $\ln(\bar{B}_E)$  est linéaire avec  $F_E$  et que pour  $F_E = 0$  on aura  $\bar{B}_E = k$  = biomasse vierge. La relation entre  $\ln(\bar{B}_E)$  et  $F_E$  est linéaire, avec l'ordonnée à l'origine =  $\ln k$  et déclive =  $-1/r$ .

### Point-cible, $F_{MSY}$

En dérivant  $Y_E$  de  $F$  et avec la dérivée égale à zéro, on aura:

$$F_{MSY} = r \qquad B_{MSY} = k/e \qquad Y_{MSY} = rk/e$$

### Point-cible, $F_{0.1}$

Dans ce modèle le quotient entre  $F_{0.1}$  et  $F_{MSY}$  est constant et égal à 0.7815. On peut ainsi conclure que:

$$F_{0.1}/F_{MSY} = 0.7815 \qquad B_{0.1}/B_{MSY} = 1.2442 \qquad Y_{0.1}/Y_{MSY} = 0.9724$$

Ces résultats sont obtenus de la même façon que dans le cas du modèle de Schaefer. L'équation à résoudre sera :

$$e^{-F_{0.1}/r} (1 - F_{0.1}/r) = 0.1$$

ce qui exige des méthodes itératives pour trouver  $F_{0.1}/r$ . La solution sera  $F_{0.1}/r = 0.7815$  ou égal à  $F_{0.1}/F_{MSY}$ .

### Indices d'abondance, $\bar{U}$ , et indices du niveau de pêche, $f$

Pour le modèle de Fox la condition d'équilibre pourra être écrite ainsi :

$$\bar{U}_E = e^{a+b f_E} \qquad \text{ou} \qquad \ln \bar{U}_E = a + b.f \qquad (a, b \text{ sont des constantes})$$

et

$$Y_E = f_E \cdot \bar{U}_E$$

Le point-cible,  $f_{MSY}$ , peut être obtenu avec la dérivée de  $Y_E$  à l'ordre de  $f_E$  égale à zéro:

### Point-cible, $f_{MSY}$

$$f_{MSY} = -1/b \qquad \bar{U}_{MSY} = e^a/e \qquad Y_{MSY} = -e^a/b e$$

Les quotients  $f_{0.1}/f_{MSY}$  et  $\bar{U}_{0.1}/\bar{U}_{MSY}$  sont, dans le cas du modèle de Fox, égaux à  $F_{0.1}/F_{MSY}$  et  $\bar{B}_{0.1}/\bar{B}_{MSY}$  et donc:

### Point-cible, $f_{0.1}$

$$f_{0.1}/f_{MSY} = 0.7815 \qquad \bar{U}_{0.1}/\bar{U}_{MSY} = 1.2442 \qquad Y_{0.1}/Y_{MSY} = 0.9724$$

De  $\bar{U} = q \cdot \bar{B}$  et de  $FT = q.f$  on peut conclure que:

$$k = e^a/q \qquad r = -q/(bT) \qquad kr = -e^a/(bT)$$

Quand la valeur de l'intervalle  $T$  est d'un an,  $T$  n'apparaît pas dans ces expressions. La dernière expression permet le calcul du produit  $k.r$ . Pour calculer  $k$  et  $r$  séparément il faut connaître la valeur du coefficient de capturabilité,  $q$ , et utiliser les deux autres expressions.

### 6.7.3 MODELE DE PELLA ET TOMLINSON (GENPROD)

Pour ce modèle de production la fonction  $H(B_i)$  sera:

$$H(B_i) = B_i^{-p}$$

#### *Taux instantané relatif, $tir(B_i)$ , du à des causes naturelles*

De l'expression de la supposition de base générale on aura pour le modèle GENPROD :

$$tir_{naturel}(k^{-p} - B^{-p}) = -r$$

d'où

$$tir(B_i)_{naturel} = (r/p) [1 - (B_i/k)^p]$$

#### *Conditions d'équilibre*

En équilibre on aura  $F_E = f(\bar{B}_E) = (r/p) \cdot [1 - (k/\bar{B})^p]$

Et, donc, les conditions d'équilibre peuvent être exprimées ainsi:

$$\bar{B}_E = k \cdot [1 - p \cdot F_E / r]^{1/p} \quad Y_E = F_E \cdot \bar{B}_E \cdot T_i$$

Notez que la relation entre  $(\bar{B}_E)^p$  et  $F_E$  est linéaire avec l'ordonné à l'origine égal à  $k$  et la pente égale à  $-pk/r$ . Donc pour  $F_E = 0$  on aura  $\bar{B}_E = k =$  biomasse vierge

#### *Point-cible, $F_{MSY}$*

En dérivant  $Y_E$  à l'ordre de  $F$  et avec la dérivée égale à zéro, on aura:

#### *Point-cible, $F_{MSY}$ (Pella et Tomlinson)*

$$F_{MSY} = r \left[ \frac{1}{1+p} \right] \quad B_{MSY} = k \left[ \frac{1}{1+p} \right]^{1/p} \quad Y_{MSY} = r \cdot k \left[ \frac{1}{1+p} \right] \left( \frac{1}{p} + 1 \right)$$

#### *Point-cible, $F_{0.1}$*

Le quotient entre  $F_{0.1}$  et  $F_{MSY}$  est constant pour chaque valeur de  $p$  et peut être obtenu comme dans les cas précédents. L'équation à résoudre par itérations serait:

$$X = 1 - 0.1 \cdot [1 - p / (1+p) \cdot X]^{1/p} \quad \text{où} \quad X = F_{0.1} / F_{MSY}$$

$$\text{et aussi} \quad B_{0.1} / B_{MSY} = [1 + p - p / (1+p) \cdot X]^{(1+1/p)}$$

$$Y_{0.1} / Y_{MSY} = [F_{0.1} / F_{MSY}] \cdot [B_{0.1} / B_{MSY}]$$

Le tableau suivant résume les résultats les plus importants:

| paramètre p |       | $F_{0.1}/F_{MSY}$ | $B_{0.1}/B_{MSY}$ | $Y_{0.1}/Y_{MSY}$ |
|-------------|-------|-------------------|-------------------|-------------------|
| Fox         | 0.0 * | 0.781521          | 1.244182          | 0.972355          |
|             | 0.2   | 0.819995          | 1.193441          | 0.978616          |
|             | 0.4   | 0.848355          | 1.158613          | 0.982915          |
|             | 0.6   | 0.869888          | 1.133469          | 0.985991          |
|             | 0.8   | 0.886657          | 1.114599          | 0.988268          |
| Schaefer    | 1.0 * | 0.900000          | 1.100000          | 0.990000          |
|             | 1.2   | 0.910816          | 1.088420          | 0.991350          |
|             | 1.4   | 0.919724          | 1.079045          | 0.992424          |
|             | 1.6   | 0.927165          | 1.071323          | 0.993293          |
|             | 1.8   | 0.933457          | 1.064867          | 0.994008          |
|             | 2.0   | 0.938835          | 1.059401          | 0.994602          |
|             | 2.2   | 0.94377           | 1.054720          | 0.995704          |
|             | 2.4   | 0.947516          | 1.050674          | 0.995531          |
|             | 2.6   | 0.951059          | 1.047146          | 0.995898          |
|             | 2.8   | 0.954188          | 1.044045          | 0.996216          |
|             | 3.0   | 0.956969          | 1.041302          | 0.996494          |

Notez que  $(F_{0.1}/F_{MSY}) + (B_{0.1}/B_{MSY}) \equiv 2$ . A partir de ce résultat on peut affirmer que quand  $F_{0.1}$  est inférieur à  $F_{MSY}$  d'un certain pourcentage, la relation équivalente des biomasses sera plus grande et à peu près au même pourcentage.

### Indices d'abondance, $\bar{U}$ , et indices du niveau de pêche, $f$

Pour le modèle de Pella et Tomlinson la condition d'équilibre pourra être écrite ainsi:

$$\bar{U} = (a + b.f)^{1/p} \quad \text{ou} \quad \bar{U}^p = (a + b.f) \quad (a, b \text{ sont des constantes}).$$

$$Y_E = f_E \cdot \bar{U}_E$$

Le point-cible,  $f_{MSY}$ , peut être obtenu avec la dérivée de  $Y_E$  à l'ordre de  $f_E$  égale à zéro.

### Point-cible, $f_{MSY}$

$$f_{MSY} = -a/(b(1+1/p)) \quad \bar{U}_{MSY} = (a/(1+p))^{1/p} \quad Y_{MSY} = -(p/b) \cdot (a/(1+p))^{(1+1/p)}$$

Les quotients  $f_{0.1}/f_{MSY}$  et  $\bar{U}_{0.1}/\bar{U}_{MSY}$  seront égaux aux quotients  $F_{0.1}/F_{MSY}$  et  $\bar{B}_{0.1}/\bar{B}_{MSY}$ , respectivement. Ces derniers quotients peuvent être observés dans la table précédente.

On peut aussi obtenir les valeurs de  $k$ ,  $r$  et  $k.r$  à partir de  $\bar{U} = q \bar{B}$ , et de  $F.T = q.f$

$$k = (1/q) a^{1/p} \quad r = -aqp/(bT) \quad k.r = (-p/bT)a^{(1+1/p)}$$

Quand la taille de l'intervalle est d'un an,  $T$  n'apparaît pas dans ces expressions. La dernière expression de la table précédente permet le calcul du produit  $k.r$ . Les valeurs séparées de  $k$  et  $r$  peuvent être calculées dès que l'on connaît la valeur du coefficient de capturabilité,  $q$ .

### Commentaires

1. Le modèle de Pella et Tomlinson a été et est critiqué dans son application pratique car il produit, parfois, de meilleurs ajustements à des valeurs non crédibles du paramètre  $p$ , résultant en des valeurs extrêmement élevées de  $F_{MSY}$ .
2. Il convient faire aussi attention à ce que  $p$ , paramètre additionnel de ce modèle, est référé par différents symboles selon les auteurs.
3. Les valeurs des points de référence biologiques relatives à  $F$ , estimées par le modèle de Schaefer, sont plus restrictives que les valeurs correspondantes estimées par d'autres modèles de production

## 6.8 PREVISIONS A COURT TERME (CT)

### 6.8.1 METHODES GENERALES

Les modèles de production ont été utilisés dans les pêches pour les prévisions à LT. C'est à partir des années 90 que des méthodes d'application des modèles de production aux prévisions à court terme, CT, ont été développées. Ces méthodes ont pour base les expressions de Schaefer, de Fox et de Pella et Tomlinson pour l'évolution de la biomasse non exploitée.

Comme il l'a été dit dans la Section 6.3, la variation de la biomasse pendant 1 an peut être exprimée, d'une façon générale, comme:

$$\Delta B_{total} \equiv f(\bar{B}_i) \cdot \bar{B}_i \cdot T_i - Y_{i,pre}$$

$$\text{ou} \quad B_{i+1} = B_i + \bar{B}_i \cdot f(\bar{B}_i) \cdot T_i - Y_i$$

où  $B_i$  = biomasse au début de l'année  $i$

$B_{i+1}$  = biomasse à la fin de l'année  $i$

$\bar{B}_i$  = biomasse moyenne pendant l'année  $i$

$Y_i$  = capture en poids pendant l'année  $i$

$f(\bar{B}_i)$  est l'approximation du taux moyen de variation "naturelle" de la biomasse, par rapport à  $\bar{B}_i$ , pendant l'année  $i$ .

L'expression de la variation de la biomasse sert de base à la majeure partie des méthodes de prévision à CT. Des programmes informatiques ont été préparés pour l'application de ces

méthodes, qui déterminent aussi des prévisions à LT, des points de référence biologique, etc. En sont exemples CEDA et BYODIN, de la responsabilité de Rosenberg *et al.* (1990), et de Punt et Hilborn (1996) respectivement.

Théoriquement ces méthodes supposent que  $\bar{B}_i$  et  $Y_i$  sont connus pendant une certaine période d'années. La fonction  $f(\bar{B}_i)$  peut être celle de Schaefer, de Fox, ou de Pella et Tomlinson.

Pour déterminer les paramètres  $r$  et  $k$  il faudrait adopter une des expressions  $f(\bar{B}_i)$  et la valeur  $B_i$  du premier intervalle de la période de temps.

Dans la pratique on ne dispose pas de biomasses moyennes annuelles, mais seulement de quantités associées, normalement supposées proportionnelles aux biomasses moyennes, soit aux indices  $U_i = q \cdot \bar{B}_i$ . Ainsi il y aura 3 paramètres à estimer,  $r$ ,  $k$  et  $q$  (voir Chapitre 7).

La fonction objet à minimiser peut être  $\Phi = \sum (U_{obs} - U_{est})^2$ , soit, la somme des carrés des erreurs entre les valeurs observées et estimées (*désignée par erreur du procès*). Cependant, quand on utilise les valeurs de  $U$  observées et on suppose que la relation  $U = q \cdot \bar{B}_i$  n'est pas déterministe, mais contient une erreur, *désignée par erreur d'observation*, donnée par  $\Phi$  estimé, on préfère alors adopter la fonction objet  $\Phi = \sum (\ln U_{obs} - \ln U_{est})^2$  (Punt et Hilborn, 1996).

### 6.8.2 METHODE DE PRAGER (1994)

Prager (1994) n'a pas utilisé l'expression de base initiale comme étant le taux moyen mais le taux instantané relatif de la variation de la biomasse dans l'année  $i$  et a adopté le modèle de Schaefer, soit,

$$\text{tir}(B_i) = r[1 - B_i / k] \cdot B_i - F_i \cdot B_i$$

Intégrant cette expression pendant l'année  $i$  il a obtenu la relation entre  $B_{i+1}$  et  $B_i$

D'un autre côté en calculant la biomasse moyenne,  $\bar{B}_i$ , pendant l'année  $i$  en intégrant  $B_i$  entre  $t_i$  et  $t_{i+1}$ . Finalement il a calculé la capture en poids comme étant:

$$Y_i = F_i \cdot \bar{B}_i$$

L'estimation des paramètres peut alors être réalisée de la même manière que les méthodes précédentes. Le logiciel préparé à cet effet est dénommé ASPIC (Prager, 1995).

### 6.8.3 METHODE DE YOSHIMOTO ET CLARKE (1993)

Les prévisions à CT sont dérivées de la supposition de base des modèles de production définie comme :

$$\text{tir}(B_i)_{\text{total}} = \text{tir}(B_i)_{\text{naturel}} - (F_i)_{\text{pêche}}$$

ou, représentant  $\text{tir}(B_i)_{\text{naturel}}$  par  $f(B_i)$  :



$$\text{tir}(B_i)_{\text{total}} = f(B_i) - (F_i)_{\text{pêche}}$$

Ainsi, en intégrant cette expression pour l'intervalle de temps  $T_i$  en considérant que

$$\text{tir}(B_i) = \text{tia} \ln(B_i) \quad \text{et que } F_i = F_i = \text{constant:}$$

$$\int_n^{n+1} \text{tia}(\ln B_i) dt =$$

$$\ln(B_{i+1}) - \ln(B_i) = f(B_i)_{\text{cum}} - F_i T_i = \bar{f}(B_i) T_i - F_i T_i$$

Pour l'intervalle  $T_{i+1}$  suivant (qui est l'intervalle des prévisions pour le stock et la capture) on aurait:

$$\ln(B_{i+2}) - \ln(B_{i+1}) = \bar{f}(B_{i+1}) T_{i+1} - F_{i+1} T_{i+1}$$

Pour calculer la moyenne arithmétique simple des expressions précédentes pour les intervalles  $T_i$  et  $T_{i+1}$ , on aura dans le premier terme:

$$1/2[\ln(B_{i+1}) + \ln(B_{i+2})] - 1/2[\ln(B_i) + \ln(B_{i+1})] = \ln(\bar{B}^*_{i+1}) - \ln(\bar{B}^*_i)$$

où  $\bar{B}^*_i$  est la moyenne géométrique de  $B_i$  et  $B_{i+1}$ , et  $\bar{B}^*_{i+1}$  est la moyenne géométrique de  $B_{i+1}$  et  $B_{i+2}$ .

Ainsi, la moyenne des deux expressions sera:

$$\ln(\bar{B}^*_{i+1}) - \ln(\bar{B}^*_i) = (1/2) \{ \bar{f}(B_i) T_i + \bar{f}(B_{i+1}) T_{i+1} \} - (1/2) \{ F_i T_i + F_{i+1} T_{i+1} \}$$

Dans le cas du modèle de Fox, on a  $f(B_i) = r(\ln k - \ln B_i)$  et, donc,  $\bar{f}(B_i)$  peut s'écrire :

$$r(\ln k - \ln(\bar{B}^*_i))$$

où  $\bar{B}^*_i$  est la moyenne géométrique de  $B_i$  et  $B_{i+1}$ .

Dans ce cas, l'expression précédente, relative aux moyennes géométriques, peut se réécrire ainsi:

$$\begin{aligned} \ln(\bar{B}^*_{i+1}) - \ln(\bar{B}^*_i) &= \\ &= (1/2) \{ r(\ln k - \ln(\bar{B}^*_i)) T_i + r(\ln k - \ln(\bar{B}^*_{i+1})) T_{i+1} \} - (1/2) \{ F_i T_i + F_{i+1} T_{i+1} \} \end{aligned}$$

Pour simplifier et, parce que normalement les intervalles de  $T_i$  sont constants et égaux à un an, on utilisera au lieu de  $T_i$  et  $T_{i+1}$  simplement  $T$  et l'expression sera:

$$\ln(\bar{B}^*_{i+1}) - \ln(\bar{B}^*_i) = (rT/2) \{ \ln k - \ln(\bar{B}^*_i) + \ln k - \ln(\bar{B}^*_{i+1}) \} - (1/2) \{ F_i T + F_{i+1} T \}$$

ou en réorganisant les termes de l'expression, on aura:

$$(1 + rT/2) \cdot \ln(\bar{B}^*_{i+1}) = rT \ln k + (1 - rT/2) \ln(\bar{B}^*_i) - (T/2)(F_i + F_{i+1})$$

Finalement, l'expression peut s'écrire de la façon suivante :

$$\ln(\bar{B}^*_{i+1}) = 2rT/(2+rT) \cdot \ln k + (2-rT)/(2+rT) \cdot \ln(\bar{B}^*_i) - T/(2+rT) \cdot (F_i + F_{i+1})$$

Comme on l'a vu dans les prévisions à LT (ou en équilibre) il est plus commun d'avoir des indices de biomasse,  $\bar{U}$ , et de niveau de pêche  $f$ , que des valeurs de  $\bar{B}$  et  $F$ .

En utilisant les indices  $\bar{U} = q \bar{B}$  et  $qf = FT$

on peut écrire l'expression de Yoshimoto et Clarke (1993):

$$\ln \bar{U}_{i+1} = \frac{2rT}{2+rT} \cdot \ln(qk) + \frac{2-rT}{2+rT} \cdot \ln \bar{U}_i - \frac{q}{2+rT} (f_i + f_{i+1})$$

Dans la pratique, il est plus utile d'écrire cette expression comme suit :

$$\ln \bar{U}_{i+1} = b_1 + b_2 \cdot \ln \bar{U}_i + b_3 \cdot (f_i + f_{i+1})$$

où:

$$b_1 = \frac{2rT}{2+rT} \ln(qk)$$

$$b_2 = \frac{2-rT}{2+rT}$$

$$b_3 = -\frac{q}{2+rT}$$

À partir des coefficients  $b_1$ ,  $b_2$  et  $b_3$  on peut estimer les paramètres  $q$ ,  $r$  et  $k$  (se rappeler que dans les prévisions à LT il n'était pas possible d'obtenir  $q$  isolément). Ainsi:

$$q = -4b_3/(1+b_2)$$

$$rT = 2(1-b_2)/(1+b_2)$$

$$k = ((1+b_2)/(-4b_3)) \cdot e^{b_1/(1-b_2)}$$

### Commentaires

1. A noter que le fait d'avoir développé dans ce manuel le modèle de Yoshimoto et Clarke pour les prévisions à CT ne signifie pas une préférence spéciale par rapport à d'autres modèles pour les prévisions à CT.
2. Yoshimoto et Clarke ont désigné leur expression comme expression intégrée de Fox, en raison du fait d'avoir pour base l'intégration directe de la supposition de base.

3. Notez que  $\bar{f}(B_i)$  et  $\bar{f}(B_{i+1})$  sont, en général, différents de  $f(\bar{B}_i)$  et  $f(\bar{B}_{i+1})$ . Cependant, les moyennes de  $f(\cdot)$  peuvent être considérées égales à  $f(\text{moyennes de } B)$  si l'on utilise un autre type de moyenne de  $B$ .

- Définition de  $\bar{B}_i^*$  selon une fonction  
On considère  $n$  valeurs  $B_i$  et la moyenne arithmétique simple de  $f(B_i)$ , soit

$$f(B) = (1/n) \cdot \sum f(B_i)$$

- Soit  $\bar{B}^*$  une valeur telle que  $f(\bar{B}^*) = \bar{f}(B)$ .

$\bar{B}^*$  est désignée comme la moyenne de  $B_i$  selon la fonction  $f$ .

### EXEMPLES

- Si  $f(B) = \ln(B)$  alors  $\ln(\bar{B}^*) = (1/n) \cdot \sum \ln(B_i)$  et ainsi  $\bar{B}^*$  est la moyenne des valeurs  $B_i$  selon la fonction logarithme népérien, aussi désignée par moyenne géométrique des valeurs  $B_i$
- Au cas où  $f(B) = B^{-1}$  alors  $(\bar{B}^*)^{-1} = (1/n) \cdot \sum (B_i)^{-1}$  et  $\bar{B}^*$  est désignée par moyenne harmonique des valeurs  $B_i$
- Si  $f(B) = B^p$  on aura alors  $(\bar{B}^*)^p = (1/n) \cdot \sum (B_i)^p$  et  $\bar{B}^*$  est désignée par moyenne d'ordre  $(-p)$  des valeurs  $B_i$ .
- Une autre approximation (Cadima & Pinho, 1995) de l'équation intégrée de Fox peut être:

$$\ln \bar{U}_{i+1} = b_1 + b_2 \cdot \ln \bar{U}_i + b_3 \cdot (f_i + f_{i+1})$$

$$\text{où: } b_1 = (1 - e^{-rT}) \ln(qk) \quad k = \frac{1 - b_2}{-2 \cdot b_3 \cdot \ln b_2} \cdot e^{\frac{b_1}{1 - b_2}}$$

$$b_2 = e^{-rT} \quad \text{soit} \quad rT = -\ln b_2$$

$$b_3 = -q(1 - e^{-rT}) / (2rT) \quad q = 2 \cdot \ln b_2 \cdot \frac{b_3}{1 - b_2}$$

Cette approximation de l'équation intégrée du modèle de Fox peut être développée à partir de la supposition de base du modèle de Fox, dans l'intervalle  $T_n$  et donne l'expression suivante :

$$\text{tir}(B_i)_{\text{total}} = r \cdot (\ln k - \ln B_i)_{\text{naturelFox}} - (F_i)_{\text{pêche}}$$

Ainsi, en accord avec les propriétés des taux, et en attendant que  $r$ ,  $k$  et  $F_i$  soient constants dans l'intervalle  $T_n$ , on peut écrire le taux instantané absolu de  $[r \cdot (\ln K - \ln B_i) - F_i]$  ainsi:

$$\text{tia}[r \cdot (\ln K - \ln B_i) - F_i] = -r \cdot \text{tia}(\ln B_i) = -r \cdot \text{tir}(B_i)$$

En remplaçant  $\text{tir}(B_i)$  par l'expression de Fox indiquée, on aura:

$$\text{tia}[r.(\ln K - \ln B_i) - F_i] = -r. [r.(\ln K - \ln B_i) - F_i]$$

ou, en divisant les deux membres par l'expression entre crochets, on aura:

$$\frac{\text{tia}[r.(\ln k - \ln B_i) - F_i]}{[r.(\ln k - \ln B_i) - F_i]} = -r$$

Donc, par définition de tir,  $[r.(\ln k - \ln B_i) - F_i]$  suit un modèle exponentiel pendant l'intervalle  $T_i$  avec la constante  $-r$ .

Alors, la valeur finale de  $(r.\ln k - r.\ln B_i - F_i)$  peut s'exprimer ainsi:

$$(r.\ln k - r.\ln B_{i+1} - F_i) = (r.\ln k - r.\ln B_i - F_i). e^{-r.T_i}$$

ou

$$\ln B_{i+1} = (1 - e^{-r.T_i}).\ln k + e^{-r.T_i}.\ln B_i - (1 - e^{-r.T_i}).F_i/r$$

Dans l'intervalle suivant,  $T_{i+1}$ , serait:

$$\ln B_{i+2} = (1 - e^{-r.T_{i+1}}).\ln k + e^{-r.T_{i+1}}.\ln B_{i+1} - (1 - e^{-r.T_{i+1}}).F_{i+1}/r$$

donc, la moyenne des deux expressions précédentes, en considérant  $T_i = T_{i+1} = T$  sera:

$$\ln \bar{B}_{i+1}^* = (1 - e^{-r.T}).\ln k + e^{-r.T}.\ln \bar{B}_i^* - ((1 - e^{-r.T}) / 2r).(F_i + F_{i+1})$$

où

$\bar{B}_i^*$  = moyenne géométrique de  $B_i$  et  $B_{i+1}$  et  $\bar{B}_{i+1}^*$  = moyenne géométrique de  $B_{i+1}$  et  $B_{i+2}$ .

En utilisant les indices  $\bar{U}_i = q.$   $\bar{B}_i^*$  et  $qf_i = F_i T$  on aura:

$$\ln \bar{U}_{i+1} = (1 - e^{-r.T}).\ln (qk) + e^{-r.T}.\ln \bar{U}_i - ((1 - e^{-r.T})/2rT).q(f_i + f_{i+1})$$

qui est équivalent à l'expression précédente de ce dernier commentaire.

## CHAPITRE 7 – ESTIMATION DE PARAMETRES

Dans les chapitres antérieurs plusieurs modèles utilisés dans l'évaluation des stocks ont été analysés, et leurs paramètres ont été définis. Dans les fiches d'exercices correspondantes les valeurs des paramètres ont été données, leur estimation n'étant pas nécessaire. Dans ce chapitre on analysera plusieurs méthodes d'estimation des paramètres. Il faut se rappeler que l'estimation de paramètres implique des connaissances de la théorie de l'échantillonnage et d'inférence statistique.

Dans ce manuel on se référera à l'une des méthodes générales les plus utilisées en estimation de paramètres – la méthode des moindres carrés. Cette méthode utilise, dans plusieurs cas, des procédés itératifs d'estimation qui requièrent des valeurs initiales proches des vraies valeurs des paramètres. Ainsi, on présente aussi quelques méthodes particulières, qui permettent d'obtenir facilement des estimations proches des vraies valeurs des paramètres. De toute façon, ces estimations rapprochées ont aussi, par elles-mêmes, un intérêt pratique. Ces méthodes seront illustrées avec l'estimation des paramètres de croissance et de la relation S-R, stock-recrutement.

La méthode des moindres carrés est présentée sous la forme de régression linéaire simple, de modèle linéaire généralisé et de modèles non linéaires (méthode de Gauss-Newton).

Des sujets comme l'analyse de résidus, distribution dans l'échantillonnage des estimateurs (asymptotiques ou empiriques "Bootstrap" et "jackknife"), limites et intervalles de confiance, etc., sont importants dans l'estimation de paramètres. Cependant, pour aborder ces sujets il faudrait un cours de durée supérieure.

### 7.1 REGRESSION LINEAIRE SIMPLE – METHODE DES MOINDRES CARRES

#### *Modèle*

Considérez les variables et paramètres suivants:

|                                       |        |
|---------------------------------------|--------|
| Variable réponse (ou dépendante)      | = Y    |
| Variable auxiliaire (ou indépendante) | = X    |
| Paramètres                            | = A, B |

*La variable réponse est linéaire avec les paramètres*

$$Y = A + BX$$

#### *Objectif*

Observées  $n$  paires de valeurs (chaque paire est constituée par une valeur sélectionnée de la variable auxiliaire et la valeur observée correspondante de la variable réponse), évaluer les paramètres du modèle, soit:

Observés  $x_i$  et  $y_i$  pour chaque paire  $i$ , avec  $i=1,2,...,i,...,n$   
 Évaluer  $A$  et  $B$  et  $(Y_1, Y_2, ..., Y_i, ..., Y_n)$  pour les  $n$  paires de valeurs observées

(Valeurs estimées  $\hat{A}$  et  $\hat{B}$  (ou  $a$  et  $b$ ) et  $\hat{Y}_1, \hat{Y}_2, ..., \hat{Y}_i, ..., \hat{Y}_n$ )

### Fonction objet (ou fonction critère)

$$\Phi = \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2$$

### Critère d'estimation

Les estimateurs seront les valeurs de  $A$  et  $B$  qui minimisent la fonction objet. Ce critère est dénommé méthode des moindres carrés. Pour procéder à la minimisation il faut que les dérivés  $\partial\Phi/\partial A$  et  $\partial\Phi/\partial B$  égalent zéro et résoudre le système d'équations obtenu à l'ordre de  $A$  et de  $B$ .

La résolution du système d'équations, après quelques transformations mathématiques, donne les résultats suivants:

$$\bar{x} = (1/n) \cdot \sum x$$

$$\bar{y} = (1/n) \cdot \sum y$$

$$S_{xx} = \sum (x - \bar{x})(x - \bar{x})$$

$$S_{xy} = \sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})$$

$$b = S_{xy}/S_{xx}$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$$

Notez que les valeurs  $y_i$  observées, pour un même ensemble de valeurs de  $X$  sélectionnées dépendent de l'échantillon recueilli. Statistiquement le problème de la régression linéaire simple est présenté en écrivant le modèle comme suit:

$$y = A + BX + \epsilon$$

où  $\epsilon$  est une variable aléatoire avec une *valeur espérée* égale à zéro et *variance égale* à  $\sigma^2$ . Ainsi, la valeur espérée de  $y$  sera  $Y$  ou  $A+BX$  et la variance de  $y$  sera égale à la variance de  $\epsilon$ .

On a l'habitude de différencier l'écart et le résidu:

L'écart est la différence entre  $y_{\text{observé}}$  et  $y_{\text{moyen}}$  ( $\bar{y}$ ), soit

$$\text{écart} = (y - \bar{y})$$

alors que

Résidu est la différence entre  $y_{\text{observé}}$  et  $Y_{\text{estimé}}$  ( $\hat{Y}$ ), soit

$$\text{résidu} = (y_i - \hat{Y}_i).$$

Il convient, pour l'analyse de l'ajustement du modèle aux données observées, de considérer les caractéristiques suivantes:

**Somme des carrés des résidus égale à:**

$$SQ_{\text{résiduel}} = \sum (y - \hat{Y})^2$$

Cette quantité indique la variation résiduelle des valeurs observées par rapport aux valeurs estimées du modèle, soit, la variation des valeurs observées qui n'est pas expliquée par le modèle.

**Somme des carrés des écarts des valeurs estimées du modèle égale à:**

$$SQ_{\text{modèle}} = \sum (\hat{Y} - \bar{y})^2$$

Cette quantité indique la variation des valeurs estimées de la variable réponse du modèle par rapport à sa moyenne, soit, la variation des valeurs estimées de la variable réponse expliquée par le modèle.

**Somme totale des carrés des écarts des valeurs observées égale à:**

$$SQ_{\text{total}} = \sum (y - \bar{y})^2$$

Cette quantité indique la variation totale des valeurs observées par rapport à la moyenne.

La relation suivante est facile à vérifier:

$$SQ_{\text{total}} = SQ_{\text{modèle}} + SQ_{\text{résiduel}}$$

ou

$$1 = \frac{SQ_{\text{modèle}}}{SQ_{\text{total}}} + \frac{SQ_{\text{résiduel}}}{SQ_{\text{total}}}$$

ou

$$1 = r^2 + (1 - r^2)$$

où:

$r^2$  (coefficient de détermination) est le pourcentage de variation totale qui est expliquée par le modèle et,

$1 - r^2$  est le pourcentage de variation totale qui n'est pas expliquée par le modèle.

## 7.2 MODELE LINEAIRE GENERALISE – REGRESSION LINEAIRE MULTIPLE – METHODE DES MOINDRES CARRES

### Modèle

Considérez les variables et paramètres suivants :

|  |                                      |
|--|--------------------------------------|
| Variable réponse (ou dépendante)         | = Y                                  |
| Variables auxiliaires (ou indépendantes) | = $X_1, X_2, \dots, X_j, \dots, X_k$ |
| Paramètres                               | = $B_1, B_2, \dots, B_j, \dots, B_k$ |

La variable réponse est linéaire avec les paramètres :

$$Y = B_1X_1 + B_2X_2 + \dots + B_kX_k = \sum B_jX_j$$

### Objectif

Observés n ensembles de valeurs (chaque ensemble est formé par une valeur observée de chaque variable auxiliaire et la valeur observée correspondante de la variable réponse) évaluer les paramètres du modèle, soit:

observés  $x_{1,i}, x_{2,i}, \dots, x_{j,i}, \dots, x_{k,i}$  et  $y_i$  pour chaque ensemble i, avec  $i=1, 2, \dots, i, \dots, n$

évaluer  $B_1, B_2, \dots, B_j, \dots, B_k$  et  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_i, \dots, Y_n)$  pour les n ensembles observés

Les valeurs estimées peuvent être représentées par :

$$\hat{B}_1, \hat{B}_2, \dots, \hat{B}_j, \dots, \hat{B}_k \text{ (ou } b_1, b_2, \dots, b_j, \dots, b_k) \text{ et } \hat{Y}_1, \hat{Y}_2, \dots, \hat{Y}_i, \dots, \hat{Y}_n$$

### Fonction objet ou fonction critère

$$\Phi = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{Y}_i)^2$$

### Critère d'estimation

Les estimateurs seront des valeurs de  $B_j$  qui minimisent la fonction objet. Ce critère est appelé *méthode des moindres carrés*.

D'une manière semblable à celle utilisée dans le cas du modèle linéaire simple, la procédure de minimisation nécessite d'égaliser à zéro les dérivées partielles de  $\Phi$  à l'ordre de chaque paramètre,  $B_j$  avec  $j=1, 2, \dots, k$ . Cette procédure est, préférablement, traitée avec le calcul matriciel.

### Version matricielle

Matrice  $X_{(n,k)}$  = Matrice des valeurs observées des variables auxiliaires



Vecteur  $y_{(n,1)}$  = Vecteur des valeurs observées de la variable réponse

Vecteur  $Y_{(n,1)}$  = Vecteur des valeurs de la variable réponse (non observées)

Vecteur  $B_{(k,1)}$  = Vecteur des Paramètres

Vecteur  $\hat{B}$  ou  $b_{(k,1)}$  = Vecteur des estimateurs des paramètres

### Modèle

$$Y_{(n,1)} = X_{(n,k)} \cdot B_{(k,1)} \text{ ou } Y = X \cdot B + \epsilon$$

### Fonction objet

$$\Phi_{(1,1)} = (y - Y)^T \cdot (y - Y) \quad \text{ou} \quad \Phi_{(1,1)} = (y - X \cdot B)^T \cdot (y - X \cdot B)$$

Pour calculer les estimateurs des moindres carrés il faut que la dérivée de  $\Phi$  à l'ordre du vecteur  $B$  soit égale à zéro. On rappelle que  $d\Phi/dB$  est un vecteur avec composants  $\partial\Phi/\partial B_1, \partial\Phi/\partial B_2, \dots, \partial\Phi/\partial B_k$ . Ainsi, on aura :

$$d\Phi/dB_{(k,1)} = -2 \cdot X^T \cdot (y - X \cdot B) = 0$$

ou  $X^T y - (X^T \cdot X) \cdot B = 0$

et  $b = \hat{B} = (X^T \cdot X)^{-1} \cdot X^T y$

Les résultats peuvent s'écrire ainsi:

$$b_{(k,1)} = (X^T \cdot X)^{-1} \cdot X^T y$$

$$\hat{Y}_{(n-1)} = X \cdot b \quad \text{ou} \quad \hat{Y}_{(n-1)} = X (X^T \cdot X)^{-1} \cdot X^T y$$

$$\text{résidus}_{(n,1)} = (y - \hat{Y})$$

### Commentaires

Pour l'analyse statistique il est avantageux d'exprimer les estimateurs et les sommes des carrés en utilisant des matrices idempotentes. Ensuite on utilise les matrices idempotentes  $L$ ,  $(I - L)$  et  $(I - M)$  avec  $L_{(n,n)} = X (X^T \cdot X)^{-1} \cdot X^T$ ,  $I$  = matrice unitaire et  $M_{(n,n)} =$  matrice moyenne $_{(n,1)} = 1/n [1]$  où  $[1]$  est une matrice où tous les éléments sont égaux à l'unité.

Il faut aussi considérer les distributions des estimateurs dans l'échantillonnage et supposer que les valeurs  $\epsilon$ , sont indépendantes et ont une distribution normale.

Il convient de noter dès maintenant quelques propriétés de l'espérance et de la variance d'une relation linéaire d'une variable aléatoire  $u$ . En termes matriciels on considère  $c_1$  un vecteur constant de dimension  $(n,1)$ ,  $c_2$  une matrice de valeurs constantes et dimension  $(n,n)$  et le vecteur aléatoire  $u$  de dimension  $(n,1)$ . Ainsi:

$$E[c_1+c_2.u] = c_1+c_2.E[u]$$

$$V[c_1+c_2.u] = c_2.V[u].c_2^T$$

- |     |  |  |
|-----|--|--|
| 1 - | Variable aléatoire, $\epsilon$<br>Espérance de $\epsilon$<br>Variance de $\epsilon$ égale à  | $\epsilon_n$ , (indépendantes)<br>$E[\epsilon] = 0$ .<br>$V[\epsilon]_{(n,n)} = E[\epsilon.\epsilon^T] = I.\sigma^2$ |
| 2 - | Variable réponse y observée<br>Espérance de y<br>Variance de y égale à                       | $y = Y + \epsilon$<br>$E[y] = Y = X.B$ .<br>$V[y]_{(n,n)} = V[\epsilon]_{(n,n)} = I.\sigma^2$                        |
| 3 - | Estimateur du vecteur paramètre B<br>Espérance de $\hat{B}$<br>Variance de $\hat{B}$ égale à | $\hat{B} = (X^T.X)^{-1}.X^T.y$<br>$E[\hat{B}] = B$<br>$V[\hat{B}]_{(k,k)} = (X^T.X)^{-1}.\sigma^2$                   |
| 4 - | Estimateur de Y du modèle<br>Espérance de $\hat{Y}$<br>Variance de $\hat{Y}$                 | $\hat{Y} = X.\hat{B} = L.y$<br>$E[\hat{Y}] = Y$ .<br>$V[\hat{Y}] = L.\sigma^2$                                       |
| 5 - | Résidu e<br>Espérance de e<br>Variance de e  | $e = y - \hat{Y} = (I-L).y$<br>$E[e] = 0$<br>$V[e] = (I-L).\sigma^2$   |

6 - Somme des carrés

6.1 - Somme résiduelle des carrés =  $SQ_{\text{résiduel}}_{(1,1)} = (y - \hat{Y})^T (y - \hat{Y}) = y^T (I-L)y$

Cette quantité indique la variation résiduelle des valeurs observées par rapport aux valeurs du modèle, soit, la variation qui n'est pas expliquée par le modèle.

6.2 - Somme des carrés du modèle =  $SQ_{\text{modèle}}_{(1,1)} = (\hat{Y} - \bar{y})^T (\hat{Y} - \bar{y}) = y^T (L-M)y$

Cette quantité indique la variation des valeurs du modèle par rapport à la moyenne, soit, la variation expliquée par le modèle.

6.3 - Somme totale des carrés des écarts =  $SQ_{\text{total}}_{(1,1)} = (y - \bar{y})^T (y - \bar{y}) = y^T (I-M)y$

Cette quantité indique la variation totale des valeurs observées par rapport à la moyenne.

La relation suivante est facile à vérifier :

$$SQ_{\text{total}} = SQ_{\text{modèle}} + SQ_{\text{résiduel}} \quad \text{ou}$$

$$1 = \frac{SQ_{\text{modèle}}}{SQ_{\text{total}}} + \frac{SQ_{\text{résiduel}}}{SQ_{\text{total}}}$$

ou  $1 = R^2 + (1 - R^2)$

où:  $R^2$  est le pourcentage de variation totale qui est expliquée par le modèle.

En termes matriciels:

$$R^2 = [y^T(L - M)y] \cdot [y^T(I - M)y]^{-1}$$

$1 - R^2$  est le pourcentage de variation totale qui n'est pas expliquée par le modèle.

Les valeurs caractéristiques des matrices (I-L), (I-M) et (L-M) respectivement égales à (n-k), (n-1) et (k-1), sont les degrés de liberté associés aux sommes des carrés respectives.

### 7.3 MODELE NON-LINEAIRE – METHODE DE GAUSS-NEWTON – METHODE DES MOINDRES CARRES

#### *Modèle*

Considérez les variables et paramètres suivants :

Variable réponse (ou dépendante) = Y

Variable auxiliaire (ou indépendante) = X

Paramètres =  $B_1, B_2, \dots, B_j, \dots, B_k$

La variable réponse est non-linéaire avec les variables auxiliaires

$Y = f(X; B)$  où B est un vecteur de composants  $B_1, B_2, \dots, B_j, \dots, B_k$

#### *Objectif*

Observées n paires de valeurs (chaque paire est constituée d'une valeur sélectionnée de la variable auxiliaire et d'une valeur observée correspondante de la variable réponse) évaluer les paramètres du modèle.

soit:

observés  $x_i$  et  $y_i$  pour chaque paire i, avec  $i=1, 2, \dots, i, \dots, n$

estimer  $B_1, B_2, \dots, B_j, \dots, B_k$  et  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_1, \dots, Y_n)$  pour les n paires de valeurs observées.

(Valeurs estimées =  $\hat{B}_1, \hat{B}_2, \dots, \hat{B}_j, \dots, \hat{B}_k$  ou  $b_1, b_2, \dots, b_j, \dots, b_k$  et  $\hat{Y}_1, \hat{Y}_2, \dots, \hat{Y}_1, \dots, \hat{Y}_n$ )

#### *Fonction objet ou fonction critère*

$$\Phi = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{Y}_i)^2$$

### **Critère d'estimation**

Les estimateurs seront les valeurs de  $B_j$  qui minimisent la fonction objet.  
(Ce critère est dénommé méthode des moindres carrés).

### **Version matriciel**

Il convient présenter le problème en utilisant des matrices et en appliquant le calcul matriciel.  
Ainsi :

Vecteur  $X_{(n,1)}$  = Vecteur des valeurs observées de la variable auxiliaire

Vecteur  $y_{(n,1)}$  = Vecteur des valeurs observées de la variable réponse

Vecteur  $Y_{(n,1)}$  = Vecteur des valeurs de la variable réponse obtenu par le modèle.

Vecteur  $B_{(k,1)}$  = Vecteur des paramètres

Vecteur  $b_{(k,1)}$  = Vecteur des estimateurs des paramètres

### **Modèle**

$$Y_{(n,1)} = f(X; B)$$

### **Fonction objet**

$$\Phi_{(1,1)} = (y - Y)^T \cdot (y - Y)$$

Dans le cas du modèle linéaire le système d'équations résultantes de l'égalisation à zéro de la dérivée de la fonction  $\Phi$  à l'ordre du vecteur  $B$  n'est généralement pas simple à résoudre. L'estimation par la méthode des moindres carrés pourra, cependant, être effectuée en recourant à quelques modifications qui ont pour base le développement de la fonction  $Y$  en série de Taylor, comme une approximation au modèle.

### **Révision du développement Taylor**

On peut exemplifier le développement d'une fonction en série de Taylor en utilisant le cas le plus simple d'une fonction à une variable.

L'approximation de Taylor se traduit par le développement d'une fonction  $Y = f(x)$  autour d'un point sélectionné,  $x_0$ , en série de puissances de  $x$ :

$$Y = f(x) = f(x_0) + (x - x_0) \cdot f'(x_0)/1! + (x - x_0)^2 f''(x_0)/2! + \dots + (x - x_0)^i f^{(i)}(x_0)/i! + \dots$$

où  $f^{(i)}(x_0)$  = dérivées de  $f(x)$  à l'ordre de  $i$ , au point  $x_0$ .

Le développement se rapproche jusqu'à la puissance voulue. Quand le développement est rapproché à la puissance 1 on dit qu'il s'agit de l'approximation linéaire de Taylor, soit,

$$Y = f(x_0) + (x - x_0) \cdot f'(x_0)$$

Le développement de Taylor peut s'appliquer à des fonctions de plus d'une variable. Par exemple, pour une fonction  $Y = f(x_1, x_2)$ , le développement linéaire serait :

$$y = f(x_{1(0)}, x_{2(0)}) + (x_1 - x_{1(0)}) \cdot \frac{\partial f(x_{1(0)}, x_{2(0)})}{\partial x_1} + (x_2 - x_{2(0)}) \cdot \frac{\partial f(x_{1(0)}, x_{2(0)})}{\partial x_2}$$

qui, en langage matriciel peut s'écrire ainsi:

$$Y = Y_{(0)} + A_{(0)} \cdot (X - X_{(0)})$$

où  $Y_{(0)}$  est la valeur de la fonction au point  $X_{(0)}$  de composantes  $(x_1 - x_{1(0)})$  et  $(x_2 - x_{2(0)})$  et  $A_{(0)}$  est la matrice de dérivées à composantes égales à la dérivée partielle de  $f(x_1, x_2)$  à l'ordre de  $x_1, x_2$  au point  $(x_{1(0)}, x_{2(0)})$ .

Dans le cas de l'estimation de paramètres le développement de la fonction  $Y$  en série de Taylor est réalisé à l'ordre des paramètres  $B$  et non pas au vecteur  $X$ .

Par exemple, le développement linéaire de  $Y = f(x, B)$  à l'ordre de  $B_1, B_2, \dots, B_k$ , serait:

$$Y = f(x; B) = f(x; B_{(0)}) + (B_1 - B_{1(0)}) \frac{\partial f}{\partial B_1}(x; B_{(0)}) + \dots + (B_k - B_{k(0)}) \frac{\partial f}{\partial B_k}(x; B_{(0)}) + \dots$$

ou, en langage matriciel:

$$Y_{(n)} = Y_{(0)} + A_{(0)} \cdot \Delta B_{(0)}$$

où

$A =$  matrice d'ordre  $(n, k)$  des dérivées partielles de la matrice  $f(x; B)$  par rapport au vecteur  $B$  au point  $B_{(0)}$  et

$$\Delta B_{(0)} = \text{vecteur } (B - B_{(0)}).$$

Alors la fonction objet sera:

$$\Phi = (y - Y)^T \cdot (y - Y) = (y - Y_{(0)} - A_{(0)} \cdot \Delta B_{(0)})^T (y - Y_{(0)} - A_{(0)} \cdot \Delta B_{(0)})$$

Pour obtenir le minimum de cette fonction il convient mieux de dériver  $\Phi$  par rapport au vecteur  $\Delta B$  au lieu du vecteur  $B$  et évaluer à zéro. Ainsi, on aura:

$$0 = -2(A_{(0)})^T (y - Y_{(0)} - A_{(0)} \cdot \Delta B_{(0)}) = -2A_{(0)}^T (y - Y_{(0)}) + 2A_{(0)}^T A_{(0)} \cdot \Delta B_{(0)}$$

ou 
$$A_{(0)}^T A_{(0)} \cdot \Delta B_{(0)} = A_{(0)}^T (y - Y_{(0)})$$

et, donc, on aura:

$$\Delta B_{(0)} = (A_{(0)}^T A_{(0)})^{-1} \cdot A_{(0)}^T \cdot (y - Y_{(0)})$$

Si le vecteur  $\Delta B_{(0)}$  est "égal à zéro" c'est que l'estimateur de  $B$  est égal à  $B_{(0)}$ .

(il convient de préciser que, dans la pratique, quand on dit "égal à zéro" dans ce processus, on veut dire "plus petit que approx" où approx est le vecteur d'approximation que l'on voulait définir).

Dans le cas contraire la nouvelle valeur de B sera:

$$B_{(1)} = B_{(0)} + \Delta B_{(0)}$$

et le processus se répétera, c'est-à-dire que l'on procédera à une nouvelle itération avec  $B_{(0)}$  substitué par  $B_{(1)}$  (et  $A_{(0)}$  substitué par  $A_{(1)}$ ). Le processus itératif continuera jusqu'à ce que la convergence voulue soit vérifiée.

### **Commentaires**

1. Il n'est pas dit que le processus converge toujours. Quelques fois il ne converge pas, d'autres fois il est trop lent (même pour les ordinateurs!) et d'autres encore il converge mais vers une autre limite !!
2. La méthode qui a été décrite précédemment est la méthode de Gauss-Newton qui est la base de plusieurs autres méthodes. Quelques-unes de ces méthodes introduisent des changements pour obtenir une convergence plus rapide comme dans le cas de la méthode de Marquardt (1963), assez utilisée en recherche halieutique. D'autres méthodes utilisent le développement de Taylor de deuxième ordre (méthode de Newton-Raphson), cherchant ainsi une meilleure approximation. D'autres encore conjuguent deux changements.
3. Ces méthodes nécessitent que l'on calcule des dérivées des fonctions. Quelques logiciels demandent l'introduction des expressions mathématiques des dérivées, d'autres utilisent des sous-routines avec des approximations numériques des dérivées.
4. Il faut aussi souligner que les méthodes existantes dans la recherche halieutique et étudiées dans ce cours pour calculer les valeurs de divers paramètres, comme par exemple, croissance, mortalités, courbes de sélectivité et de maturation, peuvent fournir des valeurs initiales pour les paramètres au cas où l'on prétendrait utiliser des méthodes itératives dans les modèles non-linéaires.
5. De toute façon il est important de faire ressortir un aspect commun aux méthodes itératives: la valeur initiale du vecteur  $B_{(0)}$  utilisé dans le processus doit être choisie le plus proche possible de la vraie valeur. Ainsi, non seulement la convergence est plus rapide mais il est aussi plus sûr qu'elle finira dans la limite voulue.

## 7.4 ESTIMATION DE PARAMETRES DE CROISSANCE

La méthode des moindres carrés (régression non-linéaire) permet l'estimation des paramètres  $K$ ,  $L_{\infty}$  et  $t_0$  des équations de croissance individuelle.

Les valeurs initiales de  $K$ ,  $L_{\infty}$  et  $t_0$  peuvent être obtenues à travers de la régression linéaire simple en utilisant les méthodes suivantes:

### *Méthodes de Ford-Walford (1933-1946) et de Gulland et Holt (1959)*

Les expressions de Ford-Walford et de Gulland et Holt, qui ont été présentées dans la Section 3.4, se trouvent déjà dans leur forme linéaire, permettant ainsi l'estimation des valeurs initiales de  $K$  et  $L_{\infty}$  par des méthodes de régression linéaire simple. L'expression de Gulland et Holt permet l'estimation de  $K$  et  $L_{\infty}$  même quand les intervalles de temps  $T_i$  ne sont pas constants. Dans ce cas il convient de réécrire l'expression comme:

$$\Delta L/T_i = K \cdot L_{\infty} - K \cdot \bar{L}$$

### *Méthode de Stamatoopoulos et Caddy (1989)*

Ces auteurs présentent aussi une méthode pour évaluer  $K$ ,  $L_{\infty}$  et  $t_0$  (ou  $L_0$ ) en utilisant la régression linéaire simple. Pour cela l'équation de von Bertalanffy est exprimée comme une relation linéaire de  $L_t$  contre  $e^{-Kt}$ .

Considérez ainsi  $n$  paires de valeurs  $t_i$ ,  $L_i$  où  $t_i$  est l'âge et  $L_i$  la longueur de l'individu  $i$  avec  $i=1,2, \dots, n$ .

L'équation de von Bertalanffy, dans sa forme générale, est comme on l'a déjà vu:

$$L_{\infty} - L_t = (L_{\infty} - L_0) \cdot e^{-K(t-t_0)}$$

Qui peut être écrite sous la forme:

$$L_t = L_{\infty} - (L_{\infty} - L_0) \cdot e^{-Kt} \cdot e^{-Kt_0}$$

Comme on peut le voir, l'équation antérieure est de forme linéaire simple,  $y = a + bx$ , où:

$$y = L_t \quad a = L_{\infty} \quad b = - (L_{\infty} - L_0) \cdot e^{-Kt_0}$$

$$x = e^{-Kt}$$

Si l'on adopte  $L_0 = 0$  on aura  $t_0 = 0$ , mais en contrepartie si l'on adopte  $t_0 = 0$  on aura  $L_0 = L_{\infty}$ .

De toute façon les paramètres à évaluer à partir de  $a$  et  $b$  seront  $L_{\infty}$ ,  $t_0$  ou  $L_0$ .

Ainsi les auteurs proposent l'adoption d'une valeur de  $K$ , soit,  $K_{(0)}$ , et par régression linéaire simple entre  $y (= L_t)$  et  $x (= e^{-Kt})$  évaluer  $a_{(0)}$ ,  $b_{(0)}$  et  $r^2_{(0)}$ . La procédure peut être répétée pour diverses valeurs de  $K$ , soit,  $K_{(1)}$ ,  $K_{(2)}$ , .... On pourra alors adopter la régression qui résulte dans

la plus grande valeur de  $r^2$ , à laquelle correspondra  $K_{\max}$  et  $a_{\max}$  et  $b_{\max}$ . Ces valeurs de  $a_{\max}$ ,  $b_{\max}$  et  $K_{\max}$  permettront l'obtention des valeurs des paramètres restants.

Un processus pratique pour trouver  $K_{\max}$  pourra être :

- (i). Sélectionner deux valeurs extrêmes de  $K$  qui incluent la valeur prétendue, par exemple  $K=0$  et  $K=2$  (pour des difficultés pratiques utiliser  $K=0.00001$  au lieu de  $K=0$ ).
- (ii). Calculer les 10 régressions pour des valeurs de  $K$  comprises entre ces deux valeurs en intervalles égaux.
- (iii). Les 10 valeurs correspondantes de  $r^2$  obtenues permettront de sélectionner deux nouvelles valeurs de  $K$  qui déterminent un autre intervalle plus petit que celui de (i) contenant la valeur de  $r^2$  maximum obtenue.
- (iv). Les étapes (ii) et (iii) peuvent se répéter jusqu'à l'obtention de valeurs de  $K$  avec l'approximation voulue. Généralement cette étape ne nécessite pas beaucoup de répétitions.

## 7.5 ESTIMATION DE M – COEFFICIENT DE MORTALITE NATURELLE

Diverses méthodes ont été proposées pour évaluer  $M$ , qui se basent sur l'association de  $M$  avec d'autres paramètres biologiques de la ressource. Ces méthodes produisent des résultats rapprochés, où les rapprochements dépendent des espèces et des stocks.

### 7.5.1 RELATION DE M AVEC LA LONGEVITE, $t_\lambda$

**Longévité:** Âge maximum moyen des individus de la population du stock non-exploité.

**Durée de la vie exploitable:**  $t_\lambda - t_r = \lambda$  (Figure 7.1)

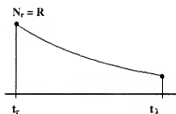


Figure 7.1 Durée de la vie exploitable

Tanaka (1960) propose des Courbes de Survie "NATURELLE" (Figure 7.2) pour obtenir des valeurs de  $M$  à partir de la longévité.



Dans les cas pratiques on peut considérer qu'une cohorte s'éteint quand seulement une fraction,  $p$ , des individus recrutés survit. Dans ce cas, en partant de  $N_\lambda = R \cdot e^{-M\lambda}$ , on peut écrire:

$$p = \frac{N_\lambda}{R} = e^{-M\lambda} \quad \text{et donc} \quad M = -(1/\lambda) \cdot \ln p$$

Différentes valeurs de la fraction  $p$  de survie produisent différentes courbes de survie.

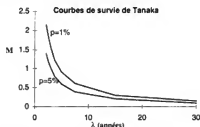


Figure 7.2 Courbes de survie de Tanaka

Le choix de la valeur de  $p$  est arbitraire, mais adopter  $p = 5\%$  (i.e. une recrue sur vingt survit jusqu'à l'âge  $t_\lambda$ ) comme valeur variable.

## 7.5.2 RELATION ENTRE M ET CROISSANCE

### Méthode de Beverton et Holt (1959)

Gulland (1969) mentionne que Beverton et Holt ont vérifié que des espèces avec un taux de mortalité  $M$  supérieur présentent aussi des valeurs de  $K$  supérieures. En cherchant une relation simple entre ces deux paramètres, ils ont conclu que, approximativement, on pourrait affirmer que:

$$1 \leq \frac{M}{K} \leq 2 \quad \text{pour les petits pélagiques}$$

$$2 \leq \frac{M}{K} \leq 3 \quad \text{pour les poissons de fond}$$

### Méthode de Pauly (1980)

En se basant sur les considérations suivantes:

- les ressources avec un taux de mortalité élevé ne peuvent pas avoir une longueur maximum très grande;
- dans les eaux chaudes, le métabolisme est plus accéléré, d'où la possibilité d'atteindre une taille plus élevée et la longueur maximum plus rapidement qu'en eaux plus froides.

Pauly a recueilli, dans la littérature, des données sur ces paramètres, pour 175 espèces et a ajusté des régressions multiples de valeurs transformées de  $M$  contre les valeurs transformées correspondantes de  $K$ ,  $L_{\infty}$  et de température, de façon à trouver une relation linéaire et il a sélectionné celle qu'il a considéré comme la meilleure, soit la relation empirique suivante:

$$\ln M = -0.0152 - 0.0279 \ln L_{\infty} + 0.6543 \ln K + 0.463 \ln T^{\circ}$$

avec les paramètres exprimés dans les unités suivantes:

$$M = \text{an}^{-1}$$

$$L_{\infty} = \text{cm de longueur totale}$$

$$K = \text{an}^{-1}$$

$$T^{\circ} = \text{température à la surface des eaux en } ^{\circ}\text{C}$$

Pauly attire l'attention sur les soins à apporter dans l'application de cette expression à des petits pélagiques et crustacés. La relation de Pauly, en utilisant des logarithmes décimaux, présente le premier coefficient différent de la valeur  $-0.0152$  donné dans l'expression antérieure, écrite avec des logarithmes népériens.

### 7.5.3 RELATION ENTRE $M$ ET REPRODUCTION

#### *Méthode de Rikhter et Efanov (1976)*

Ces auteurs ont analysé la dépendance entre  $M$  et l'âge de l'<sup>ère</sup> maturation à partir de données représentatives d'espèces ayant une durée de vie courte, moyenne et longue, en trouvant une dépendance de  $M$  avec l'âge de l'<sup>ère</sup> maturation et l'ont transformée en l'expression empirique suivante:

$$M = \frac{1.521}{(t_{\text{mat}50\%})^{0.726}} - 0.155$$

(Unités)

$$\left( \begin{array}{l} t_{\text{mat}50\%} \rightarrow \text{an} \\ M \rightarrow \text{an}^{-1} \end{array} \right)$$

#### *Méthode de Gundersson (1980)*

En se basant sur la supposition que le taux de mortalité naturelle devra être en relation avec l'investissement des poissons dans la reproduction, au-delà de l'influence d'autres facteurs, Gundersson a établi diverses relations entre  $M$  et ces facteurs.

Il a proposé, cependant, la relation empirique suivante, simple, en utilisant l'Indice Gonadosomatique (IGS) (estimé pour des femelles matures à l'époque de frai) pour obtenir une évaluation de  $M$ :

$$M = 4.64 \times \text{IGS} - 0.37$$

### 7.5.4 DONNE LA STRUCTURE PAR AGE DU STOCK, AU DEBUT ET A LA FIN DE L'ANNEE, ET LES CAPTURES EN NOMBRE PAR AGE PENDANT CETTE ANNEE

On peut calculer les coefficients de mortalité naturelle  $M_i$  pour chaque âge  $i$  et pendant l'année comme:

$$\text{calculer} \quad E_i = \frac{C_i}{N_i - N_{i+1}}$$

$$\text{calculer} \quad Z_i = \ln N_i - \ln N_{i+1}$$

$$\text{calculer} \quad M_i = Z_i \cdot (1 - E_i)$$

Les diverses valeurs de  $M$  obtenues à chaque âge pourront être comparées et probablement combinées pour calculer une valeur constante,  $M$ , pour tous les âges.

#### *Méthode de Paloheimo (1961)*

Quand  $f_i$  et  $Z_i$  sont connus pour plusieurs années  $i$ , et en supposant  $F_i$  proportionnel à  $f_i$ ,

$$F_i = q \cdot \frac{f_i}{T_i} \quad \text{pour } T_i = 1 \text{ an, } F_i = q \cdot f_i,$$

$$\text{alors:} \quad Z_i = q \cdot f_i + M$$

Ainsi, la régression linéaire entre  $Z_i$  et  $f_i$  a une pente  $b = q$  et une intersection  $a = M$ .

## 7.6 ESTIMATION DE Z – COEFFICIENT DE MORTALITE TOTAL

Il existe plusieurs méthodes pour évaluer le coefficient de mortalité total,  $Z$ , supposé constant pendant un certain intervalle d'âge ou d'année.

Il convient de grouper les méthodes suivant les cas où les données de base sont relatives à des âges ou à des longueurs.

### 7.6.1 METHODES AVEC DES DONNEES PAR AGES

Les différentes méthodes ont comme point de départ l'expression générale du nombre de survivants d'une cohorte, à l'instant  $t$ , soumise à la mortalité totale,  $Z$ , pendant un intervalle de temps, soit:

$$N_t = N_0 \cdot e^{-Z(t-t_0)}$$

pour l'intervalle de temps  $(t_0, t_1)$  où  $Z$  est supposé constant.

En logarithmisant cette expression et en réarrangeant les termes on aura:

$$\ln N_t = \text{Cte} - Z \cdot t$$

où Cte est constant ( $= \ln N_0 + Zt_0$ ).

Cette expression montre que le logarithme du nombre de survivants *est linéaire* avec l'âge, la pente étant égale à  $-Z$ .

(la Cte n'a aucun intérêt spécial pour la détermination de  $Z$ . Il faut ajouter que les expressions constantes dans toute expression qui ne présente pas d'intérêt pour la détermination de  $Z$  seront indiquées par Cte).

Si, dans l'intervalle  $(t_i, t_{i+1})$ ,  $Z$  peut être considéré constant et, si l'on dispose de données d'abondance,  $\bar{N}_i$ , ou d'indices d'abondance en nombre,  $\bar{U}_i$ , pour plusieurs âges,  $i$ , *alors* l'application de la technique de régression linéaire simple permet l'estimation du coefficient de mortalité total  $Z$ .

En effet

$$\bar{N}_i = N_i \cdot \frac{1 - e^{-ZT_i}}{ZT_i} \quad \text{donc } \bar{N}_i = N_i \cdot \text{Constante}$$

et, comme

$$N_i = N_1 \cdot e^{-Z(t_i - t_1)}$$

alors, en substituant, on aura:

$$\bar{N}_i = \text{Cte} \cdot e^{-ZT_i} \quad (T_i = \text{const} = 1 \text{ an})$$

et, donc, on aura aussi

$$\ln \bar{N}_i = \text{Cte} - ZT_i$$

et la régression linéaire simple entre  $\ln \bar{N}_i$  et  $t_i$  permet d'évaluer  $Z$  (notez que la constante, Cte, est différente de la précédente mais à cet effet seule la pente intéresse pour évaluer  $Z$ ).

Au cas où les âges ne sont pas à intervalles constants, l'expression pourra être exprimée en utilisant les valeurs  $t_{\text{centrali}}$ , de forme rapprochée.

Pour  $T_i$  variable on aura:

$$\bar{N}_i = N_i \cdot e^{-ZT_i/2}$$

et, comme  $N_i = N_1 \cdot e^{-Z(t_i - t_1)}$

on aura  $\bar{N}_i = \text{Cte} \cdot e^{-Zt_{\text{centrali}}}$

et, finalement:  $\ln \bar{N}_i = \text{Cte} - Z \cdot t_{\text{centrali}}$

Dans le cas des indices  $\bar{U}_i$  la situation est semblable car  $\bar{U}_i = q \cdot \bar{N}_i$ , avec  $q$  constant, et, donc, on aura aussi:

$$\ln \bar{U}_i = Cte - Z t_i$$

et la régression linéaire simple entre  $\ln \bar{U}_i$  et  $t_i$  permet d'évaluer  $Z$ .

Au cas où les âges ne seraient pas à intervalles constants l'expression devra être modifiée et sera:

$$\ln \bar{U}_i = Cte - Z \cdot t_{centrali}$$

Avec des données de captures,  $C_i$ , et âge,  $t_i$ , il est toujours possible d'appliquer la régression linéaire simple pour obtenir  $Z$ , mais dans ce cas, il faudra supposer que  $F_i$  est constant. Rappelez-vous que  $C_i = F_i \bar{N}_i T_i$  et ainsi,  $\ln C_i = Cte + \ln \bar{N}_i$  quand  $T_i$  est constant. Donc:

$$\ln C_i = Cte - Z \cdot t_i$$

Au cas où les âges ne sont pas séparés par des intervalles constants l'expression devra être modifiée et sera:

$$\ln C_i/T_i = Cte - Z \cdot t_{centrali}$$

On désigne par  $V_i$  la capture accumulée dès  $t_i$  jusqu'à la fin de la vie (forme qui convient pour les calculs des diverses captures accumulées) soit:

$$V_i = \sum C_k = \sum F_k N_{kcum}$$

où la somme s'étend dès le dernier âge jusqu'à l'âge  $i$ .

Comme  $F_k$  et  $Z_k$  sont supposés être constants  $\sum N_{kcum} = N/Z$  et donc, on aura:

$$V_i = FN/Z \quad \text{et} \quad \ln V_i = Cte + \ln N_i$$

Donc:

$$\ln V_i = Cte - Z \cdot t_i$$

Finalement on mentionnera que Beverton et Holt (1956) ont aussi montré que:

$$Z = \frac{1}{\bar{t} - t_a}$$

et, donc, il est possible d'évaluer  $Z$  à partir de l'âge moyen  $\bar{t}$  (cette expression a été obtenue en considérant  $t_b = \infty$  dans l'intervalle  $(t_a, t_b)$ ).

## 7.6.2 METHODES AVEC DES DONNEES PAR LONGUEUR

Quant au lieu de données par âge on dispose de données par classe de longueur, les méthodes citées précédemment peuvent être appliquées, mais pour cela il faut définir âge relatif.

En utilisant l'équation de von Bertalanffy on peut obtenir l'âge  $t$  en fonction de la longueur, comme:

(l'expression doit être écrite sous sa forme générale par rapport à  $t_a$  et non pas à  $t_0$ )

$$t = t_a - (1/K) \cdot \ln[(L_{\infty} - L_t) / (L_{\infty} - L_a)]$$

$$t = t_a - \frac{1}{K} \cdot \ln\left(1 - \frac{L_{\infty} - L_t}{L_{\infty} - L_a}\right)$$

(Cette équation est mentionnée par quelques auteurs comme l'équation inverse de von Bertalanffy).

On nomme âge relatif,  $t^*$ , la différence  $t - t_a$ .

Ainsi:  $t^* = -(1/K) \cdot \ln[(L_{\infty} - L_t) / (L_{\infty} - L_a)] = -(1/K) \ln[1 - (L_t - L_a) / (L_{\infty} - L_a)]$

pour  $t = t_a$  serait  $L_a = 0$  et:

$$t^* = -\frac{1}{K} \cdot \ln\left(1 - \frac{L_t}{L_{\infty}}\right)$$

En effet, cet âge est relatif car il diffère de l'âge absolu par une quantité constante,  $t_a$ .

Ainsi, par exemple, la durée de l'intervalle  $T_i$  peut être calculée par la différence des âges absolus des extrêmes de l'intervalle, comme par la différence des âges relatifs:

$$T_i = t_{i+1} - t_i = t_{i+1}^* - t_i^*$$

et cet intervalle correspond au temps que l'individu met à grandir entre  $L_i$  et  $L_{i+1}$ ,  $T_i$  étant la taille de l'intervalle  $i$ . De même:

$$t_{\text{central}}^* = t_{\text{central}} + \text{Cte}$$

$$\bar{t}^* = \bar{t} + \text{Cte}$$

Ainsi les expressions précédentes sont maintenues quand on substitue les âges *absolus* par des âges *relatifs*:

$$\ln \bar{N}_i = \text{Cte} - Z \cdot t_{\text{central}}^*$$

$$\ln \bar{U}_i = \text{Cte} - Z \cdot t_{\text{central}}^*$$

$$\ln V_i = \text{Cte} - Z \cdot t_i^*$$

$$\ln C_i/T_i = \text{Cte} - Z \cdot t_{\text{central}}^*$$

Finalement, on aura également:

$$Z = 1/E^*$$

Mais Beverton et Holt (1957) on prouvé que:

$$Z = K \cdot \frac{L_{\infty} - \bar{L}}{\bar{L} - L_0}$$

(Rappelez-vous que  $\bar{L}$  doit être calculé comme la moyenne des valeurs de  $L_i$  prises en considération avec les abondances (ou indices) ou avec les captures).

### Commentaires

1. L'application d'une quelconque de ces méthodes doit être précédée de la représentation graphique des données correspondantes, afin de vérifier si les suppositions des méthodes sont acceptables ou non, et, aussi, pour déterminer l'intervalle d'intérêt, ( $t_a$ ,  $t_b$ ).
2. Les démonstrations de ces formules sont immédiates (avec les indications qui sont présentées), mais il est intéressant de développer les démonstrations car elles permettent d'explicitier les suppositions qui rendent les méthodes applicables.
3. L'estimation de  $Z$  constant devra toujours être tentée, même quand ce n'est pas acceptable, car cela sert d'orientation sur la grandeur des valeurs que l'on peut espérer.
4. Les méthodes sont citées dans la littérature, parfois avec les noms des auteurs qui les ont appliquées pour la première fois. Par exemple, l'expression  $\ln V_i = Cte - Z \cdot t_i^*$  est appelée méthode de Jones et van Zalinge (1981).
5. L'âge moyen de même que la longueur moyenne dans la capture peuvent être obtenus par les expressions suivantes:

$$\bar{t}_i = \frac{\sum (t_{central} \cdot C_i)}{\sum C_i} \quad \text{avec } C_i = \text{capture en nombre à l'âge } i$$

$$\bar{L}_i = \frac{\sum (L_{central} \cdot C_i)}{\sum C_i}$$

avec  $C_i$  = capture en nombre dans la classe de longueur  $i$

$$\bar{t}^* = \frac{\sum (t^*_{central} \cdot C_i)}{\sum C_i}$$

avec  $C_i$  = capture en nombre dans la classe d'âge  $i$

L'âge relatif devra être  $t^* = - (1/K) \cdot \ln[(L_{\infty} - L_i) / (L_{\infty} - L_0)]$

# **FORMULAIRE – Estimation du Coefficient de Mortalité Total, Z**

**Supposition: Z constant dans l'intervalle d'âges, ( $t_a$ ,  $t_b$ )**

T Constant

$$\ln \bar{N}_i = Cte - Z \cdot t_i$$

$$\ln \bar{U}_i = Cte - Z \cdot t_i$$

$$\ln C_i = Cte - Z \cdot t_i$$

$$\ln V_i = Cte - Z \cdot t_i \quad \left( V_i = \sum_{k=ult}^i C_k \right)$$

$T_i$  variable

$$\ln \bar{N}_i = Cte - Z \cdot t_{central}$$

$$\ln \bar{U}_i = Cte - Z \cdot t_{central} \quad t_{central} = \left( t_i + \frac{T_i}{2} \right)$$

$$\ln \frac{\bar{C}_i}{T_i} = Cte - Z \cdot t_{central}$$

$$\ln V_i = Cte - Z \cdot t_i$$

$$Z = \frac{1}{t - t_a} \quad (t_b = \infty) \quad (\text{équation de Z de Beverton et Holt})$$

**Supposition: Z constant dans un intervalle de longueurs, ( $L_a$ ,  $L_b$ )**

$$\text{Âge relatif } t_i^* = -\frac{1}{K} \cdot \ln \left( 1 - \frac{L_i}{L_\infty} \right)$$

$$\ln N_i = Cte - Z \cdot t_i^*$$

$$\ln \bar{N}_i = Cte - Z \cdot t_{central}^* \quad t_{central}^* = \frac{t_{i-1}^* + t_{i+1}^*}{2}$$

$$\ln \bar{U}_i = Cte - Z \cdot t_{central}^*$$

$$\ln \frac{C_i}{T_i} = Cte - Z \cdot t_{central}^* \quad T_i = t_{i+1}^* - t_{i-1}^* \quad (\text{équation de Gulland et Holt})$$

$$\ln V_i = Cte - Z \cdot t_i^* \quad (\text{équation de Jones et van Zalinge})$$

$$Z = K \cdot \frac{L_\infty - \bar{L}}{\bar{L} - L_a} \quad (t_b^* = \infty) \quad (\text{équation de Z de Beverton et Holt})$$



## 7.7 ESTIMATION DES PARAMETRES DE LA RELATION STOCK - RECRUTEMENT (S-R)

La méthode des moindres carrés (modèle non-linéaire) peut être utilisée pour évaluer les paramètres,  $\alpha$  et  $k$ , de quelque modèle S-R.

Les valeurs initiales du modèle de Beverton et Holt (1957) peuvent être obtenues en réécrivant l'équation sous la forme:

$$(R/S)^{-1} \text{ ou } \frac{S}{R} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha k} S$$

et en estimant la régression linéaire simple entre  $y$  ( $= S/R$ ) et  $x$  ( $= S$ ) qui donnera les estimations de  $1/\alpha$  et de  $1/\alpha k$ . À partir de ces valeurs on pourra alors évaluer les paramètres ( $\alpha$  et  $K$ ) du modèle de Beverton et Holt, qui pourront être considérés comme valeurs initiales dans l'application du modèle non-linéaire de Beverton et Holt.

Dans le cas du modèle de Ricker (1954) les paramètres peuvent être obtenus en réécrivant l'équation sous la forme:

$$\ln \frac{R}{S} = \ln \alpha - \frac{1}{k} S$$

et en évaluant la régression linéaire simple entre  $y$  ( $= \ln R/S$ ) et  $x$  ( $= S$ ) qui donnera les estimations de  $\ln \alpha$  et de  $(-1/k)$ . À partir de ces valeurs on pourra évaluer aussi les paramètres ( $\alpha$  et  $k$  du modèle, qui pourront être considérés comme valeurs initiales dans l'application du modèle non-linéaire de Ricker.

Il convient de représenter le graphique de  $y$  contre  $x$  de mode à vérifier si les points marqués s'ajustent à une droite avant d'appliquer la régression linéaire à l'un de ces modèles.

Dans les modèles avec le paramètre  $c$  flexible, comme par exemple le modèle de Deriso (1980), l'équation pourra être réécrite comme:

$$\left( \frac{R}{S} \right)^c = \alpha^c - c \cdot \alpha^c \cdot \frac{S}{k}$$

La régression linéaire entre  $y$  ( $= (R/S)^c$ ) et  $x$  ( $= S$ ) permet d'évaluer les paramètres  $\alpha$  et  $k$ .

Diverses valeurs de  $c$  peuvent être essayées pour vérifier avec laquelle la droite  $y$  contre  $x$  s'ajustera meilleur, suggérant par exemples des valeurs de  $c$  entre -1 et 1.

À partir des valeurs ainsi obtenues pour  $\alpha$ ,  $k$  et  $c$ , qui pourront être considérées comme valeurs initiales dans l'application du modèle non-linéaire de Deriso, on pourra évaluer les paramètres  $\alpha$ ,  $k$  et  $c$  du modèle.

## 7.8 ESTIMATION DE LA MATRICE [F] ET DE LA MATRICE [N] – ANALYSE DE COHORTES – AC et LCA

### 7.8.1 ANALYSE DE COHORTES PAR ÂGES - (AC)

L'analyse de cohortes est une méthode qui consiste en l'estimation des coefficients de mortalité par pêche,  $F_i$ , et du nombre de survivants,  $N_i$ , au début de chaque âge, à partir des structures des captures, en nombre, d'un stock pendant une période d'années.

Plus concrètement, considérez un stock duquel on connaît:

#### *Données*

âge,  $i$ , avec  $i = 1, 2, \dots, k$

an,  $j$ , avec  $j = 1, 2, \dots, n$

Matrice des captures [C] avec

$C_{i,j}$  = Capture annuelle, en nombre, des individus d'âge  $i$  pendant l'année  $j$

Matrice de mortalité naturelle [M] avec

$M_{i,j}$  = coefficient de mortalité naturelle, à l'âge  $i$  pendant l'année  $j$ .

Vecteur [T] avec

$T_i$  = Taille de l'intervalle de l'âge  $i$  (généralement,  $T_i = T = 1$  an)

#### *Objectif*

évaluer

matrice [F]

et

matrice [N].

Il convient, pour résoudre ce problème, de considérer séparément les estimations pour: un intervalle  $i$  d'âges, (partie 1), pour tous les âges pendant la vie d'une cohorte (partie 2) et, finalement, pour tous les âges et ans (partie 3).

#### **PARTIE 1 (INTERVALLE $T_i$ )**

Considérez connues les caractéristiques suivantes d'une cohorte, dans un intervalle  $T_i$ :

$C_i$  = Capture en nombre

$M_i$  = Coefficient de mortalité naturelle

$T_i$  = Taille de l'intervalle

Si l'on adopte une valeur pour le coefficient  $F_i$  alors il est possible d'évaluer le nombre de survivants au début,  $N_i$ , et à la fin,  $N_{i+1}$ , de l'intervalle.

A partir de l'expression:

$$C_i = \frac{F_i}{F_i + M_i} \cdot N_i \cdot (1 - e^{-(F_i + M_i) \cdot T_i})$$

on peut calculer  $N_i$ , qui est la seule variable inconnue de l'expression.

Pour calculer  $N_{i+1}$  on peut utiliser l'expression  $N_{i+1} = N_i \cdot e^{-(F_i + M_i) \cdot T_i}$  en utilisant la valeur  $N_i$  calculée antérieurement

## PARTIE 2 (PENDANT LA VIE)

On suppose maintenant que les captures  $C_i$  de chaque âge  $i$  d'une cohorte pendant sa vie, les valeurs de  $M_i$  et les tailles des intervalles  $T_i$  sont connues

Si l'on admet une certaine valeur,  $F_{\text{alt}}$ , pour la dernière classe d'âges, il est possible, comme indiqué dans la partie 1, d'évaluer tous les paramètres (numérotés) *dans ce dernier âge*. Ainsi on passe on connaîtra le nombre de survivants au début et à la fin du dernier âge.

Se rappeler que le nombre au début et à la fin de cette dernière classe d'âge, calculé comme dans le paragraphe précédent, est aussi le nombre à la fin de la classe précédente. Soit  $N_{\text{final}}$  le nombre de survivants à la fin de l'avant-dernière classe.

$$C_i = \frac{F_i}{F_i + M_i} \cdot N_{\text{final}} \cdot (e^{(F_i + M_i) \cdot T_i} - 1)$$

En utilisant l'expression connue:

on peut estimer  $F_i$  de la classe antérieure qui est la seule variable inconnue dans l'expression. L'estimation peut nécessiter des méthodes itératives ou méthodes de tentative et erreur.

Finalement pour estimer  $N_i$  le nombre de survivants au début de la classe, on peut utiliser l'expression:

$$N_i = N_{\text{final}} \cdot e^{(F_i + M_i) \cdot T_i}$$

En répétant ce processus pour toutes les classes antérieures, on obtiendra successivement les paramètres à tous les âges, jusqu'au premier âge. Se rappeler que  $N_i$  est aussi le nombre de survivants de la classe  $(i-1)$  antérieure. Quand la cohorte est complètement pêchée, le nombre à la fin de la dernière classe est zéro et la capture  $C$  doit être calculée par:

$$C_{\text{final}} = \frac{F_{\text{final}}}{(F_{\text{final}} + M_i)} \cdot N_{\text{final}}$$

## Méthode de Pope

Pope (1972) a présenté une méthode simple qui permet d'évaluer le nombre de survivants au début de chaque âge de vie de la cohorte à partir du dernier âge.

Il suffit d'appliquer successivement et de la fin vers le début l'expression:

$$N_i \approx \left( N_{i+1} e^{+MT/2} + C_i \right) e^{-MT/2}$$

Pope indique que le rapprochement est bon quand  $MT \leq 0.6$

L'expression peut se dériver, selon Pope, en supposant que la capture est effectuée exactement au point central de l'intervalle  $T_i$  (Figure 7.3).

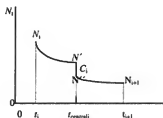


Figure 7.3 Évolution du nombre de survivants pendant  $T_i$  avec la capture extraite au point central de l'intervalle

Procédant de la fin vers le début on aura successivement:

$$N' = N_{i+1} e^{+MT/2}$$

$$N' = N' + C_i$$

$$N_i = N' e^{-MT/2}$$

par substitution de  $N'$  par  $N' + C_i$ , on aura:

$$N_i = (N' + C_i) e^{-MT/2}$$

Et, en substituant  $N'$  par  $N_{i+1} e^{+MT/2}$ , sera:

$$N_i \approx \left( N_{i+1} e^{+MT/2} + C_i \right) e^{-MT/2}$$

### Partie 3 (période d'années)

On suppose, finalement, que, pendant une période d'années, la matrice Capture [C], la matrice mortalité naturelle [M] et le vecteur taille des intervalles [T], où les lignes,  $i$ , sont des âges et les colonnes,  $j$ , sont des années sont connues.

On admet également que l'on adopte des valeurs de  $F$  dans les derniers âges de toutes les années représentées dans les matrices et les valeurs de  $F$  de tous les âges dans la dernière année. On désignera ces valeurs par  $F_{\text{terminal}}$  (Figure 7.4).

| Âges  | Années |      |      |      |                       |
|---|--------|------|------|------|-----------------------|
|   | 2000   | 2001 | 2002 | 2003 |                       |
| 1   | C      | C    | C    | C    | $F_{\text{terminal}}$ |
| 2   | C      | C    | C    | C    | $F_{\text{terminal}}$ |
| 3   | C      | C    | C    | C    | $F_{\text{terminal}}$ |
| $F_{\text{terminal}}$ $F_{\text{terminal}}$ $F_{\text{terminal}}$ $F_{\text{terminal}}$ |        |      |      |      |                       |

**Figure 7.4** Matrice capture, [C], avec  $F_{\text{terminal}}$  dans la dernière ligne et dernière colonne de la matrice C. Les cellules ombragées indiquent les captures d'une cohorte

Notez que dans ces matrices les éléments en diagonale correspondent à des valeurs d'une même cohorte, puisque à un élément d'un âge et d'une année suivra, à la diagonale, l'élément plus une année d'âge et de l'année suivante, et, donc, l'élément suivant de la cohorte.

A partir de ce qui a été dit dans les parties 1 et 2 il sera alors possible d'évaluer  $F_s$  et  $N_s$  successivement pour toutes les cohortes présentes dans la matrice capture, soit, dans toutes les cellules.

### Commentaires

1. Plusieurs fois, en pratique, il est courant d'adopter des valeurs  $M_{i,j}$  constantes et égales à  $M$ .
2. Quand les données se réfèrent à des âges, les valeurs  $T_i$  ont pour habitude d'être toutes égales à 1 an.
3. Les derniers groupes de chaque année sont parfois des âges (+). Les captures correspondantes sont constituées par des individus pêchés pendant ces années, à cet âge ou à un âge supérieur. Ainsi, les valeurs accumulées n'appartiennent pas à la même cohorte, mais sont des survivants de plusieurs cohortes antérieures. Il ne serait pas légitime d'utiliser la capture d'un groupe (+) pour analyser la cohorte en référence, car ces autres cohortes résultent de différentes tailles de recrutement. À part cela, le groupe (+) est important dans le calcul des totaux annuels de capture en poids,  $Y$ , et biomasses totales,  $B$ , et de ponte,  $BP$ . Ainsi, il est courant d'analyser les cohortes à partir de l'âge immédiatement antérieur au groupe (+) et de n'utiliser le groupe (+) que pour des calculs de  $Y$ ,  $B$  et  $BP$ . La valeur de  $F$  dans ce groupe (+) chaque année peut être évalué comme

étant le même coefficient de mortalité par pêche de l'âge antérieur ou, dans quelques cas, une valeur raisonnable par rapport aux valeurs de  $F_i$  dans l'année en question.

4. Une difficulté dans l'application de la technique AC surgit quand le nombre d'âges est petit ou quand il y a peu d'années. En effet, dans ces cas, les cohortes ont peu de classes d'âges représentées dans la matrice [C] et les estimations seront très dépendantes des valeurs adoptées de  $F_{\text{terminal}}$ .
5. L'analyse de cohortes (AC) est aussi désignée par d'autres noms: VPA (Virtual Population Analysis), méthode de Derzhavin, méthode de Murphy, méthode de Gulland, méthode de Pope, Analyse Séquentielle, etc. Parfois on se réfère à AC quand on utilise la formule de Pope et VPA dans les autres cas. Megrey (1989) présente une révision très complète sur l'analyse de cohortes.
6. Il est aussi possible d'évaluer les paramètres restants à un âge  $i$ , se rapportant à des nombres, soit,  $N_{\text{cum}}$ ,  $\bar{N}_i$ ,  $D_i$ ,  $Z_i$  et  $E_i$ . Avec des informations sur le poids individuel initial ou moyen, matrice [w] ou matrice [w], on peut aussi calculer les captures annuelles en poids [Y], les biomasses au début des années, [B] et les biomasses moyennes pendant les années [B]. Avec des informations sur les ogives de maturation chaque année, par exemple, au début de l'année, on peut aussi calculer les biomasses de ponte, [BP]. Normalement, on estime seulement les captures totales Y, les biomasses du stock (totales et de ponte) au début et les biomasses moyennes du stock (totales et de ponte) chaque année.
7. Les éléments de la première ligne de la matrice [N] peuvent être considérés des estimations du recrutement à la pêche chaque année.
8. Le fait d'adopter  $F_{\text{terminal}}$  et par ces valeurs influencer les résultats - matrice [F] et matrice [N] - oblige à sélectionner des valeurs de  $F_{\text{terminal}}$  proches des vrais. La cohérence entre les estimations des paramètres mentionnés dans les points 6 et 7 et d'autres données ou indices indépendants (par exemple, estimations par des méthodes acoustiques de recrutement ou biomasses, estimations d'indice d'abondance ou cpue, d'effort de pêche, etc.) doit être analysée. Ces vérifications sont obligatoires pour valider l'analyse de cohortes (parfois on utilise incorrectement les désignations calibrage ou syntonisation, expressions qui prétendent traduire le terme anglais "tuning", au lieu de validation).
9. Un autre aspect des matrices résultantes de l'AC et la possibilité de vérifier et d'évaluer l'hypothèse de séparer le niveau de pêche de chaque année et le régime d'exploitation de chaque âge, c'est-à-dire de transformer les  $F_{ij}$  calculés dans chaque cellule du produit  $F_j \cdot s_i$ , soit  $F_{ij} = F_j \cdot s_i$ , avec  $i = \text{âge}$  et  $j = \text{an}$ .

On a l'habitude de désigner cette séparation comme VPA-Séparable (SVPA).

$$\text{Soit} \quad \sum_i F_{i,j} = F_{\text{tot}},$$

et

$$\sum_j F_{i,j} = s_{\text{tot}},$$

et

$$\sum_{i,j} F_{i,j} = F_{\text{tot}}$$

Ainsi, si  $F_{ij} = F_j \cdot s_i$  on peut prouver que  $F_j \cdot s_i = (F_{\text{tot}} \cdot s_{\text{tot}}) / F_{\text{tot}}$ .

Si les valeurs estimées pour  $F_{ij}$  sont égales aux valeurs antérieures, qui ont été désignées par  $F_{sepj} = F_{j,s_i}$ , alors l'hypothèse est vérifiée. Cette comparaison peut être réalisée de diverses manières mais, la plus simple, sera probablement, de calculer les quotients ( $F_{sepj}/F_{ij}$ ) qui, au cas où l'hypothèse serait vraie devront être égaux à 1. Notez que si l'hypothèse n'est pas vérifiée il sera toujours possible de considérer d'autres hypothèses de façon à ce que le vecteur annuel  $[s]$  soit constant seulement en quelques années, surtout ces dernières années.

10. De toute façon on a l'habitude de considérer un intervalle d'âges, où il est supposé que les individus capturés sont "complètement recrutés". Si l'intervalle d'âges correspond à des individus complètement recrutés il faut espérer que le régime d'exploitation calculé se rapproche de 1 (pour les âges restants qui ne sont pas complètement recrutés le régime d'exploitation devra être inférieur à 1). Pour cet intervalle d'âge,  $i$ , on calcule alors la moyenne des valeurs de  $F_{ij}$  à chaque année. Ces moyennes,  $\bar{F}_j$ , sont considérées comme niveau de pêche dans les années respectives. Le régime d'exploitation dans chaque cellule, serait alors le quotient  $F_{ij} / \bar{F}_j$ .

## 7.8.2 ANALYSE DE COHORTES PAR LONGUEURS - (LCA)

La technique d'analyse de cohortes, appliquée à la structure des captures d'une cohorte pendant sa vie peut être effectuée avec des intervalles de temps,  $T_i$ , non constants. Cela signifie que si l'on dispose de la structure des captures d'une cohorte pendant sa vie, en classes de longueurs, on peut aussi "analyser la cohorte".

Les méthodes de procédure de l'analyse de cohortes dans ces cas se dénomment LCA (Length Cohort Analysis en anglais). Les mêmes techniques, méthode de Pope, méthode itérative, etc, de l'AC pour des âges, peuvent être appliquées dans l'analyse LCA (rappelez-vous que les intervalles  $T_i$ 's peuvent être calculés à partir des âges relatifs).

Un mode d'appliquer LCA à la composition de captures, par longueurs, sera grouper, antérieurement, les captures dont les classes de longueur appartiennent à un même intervalle d'âges, obtenant ainsi la composition des captures par âges. La technique AC peut alors être appliquée directement à la matrice  $[C]$ . Cette technique est connue par "couper en tranches", (*slicing* en anglais) la composition par longueurs. Pour "couper en tranches" une composition par longueurs il est coutume d'invertir l'équation de croissance en longueur de von Bertalanffy et d'évaluer l'âge  $t_i$  pour chaque longueur  $L_i$  (parfois on utilise des âges relatifs  $t'_i$ ) (Figure 7.5). Alors, la capture dans un certain groupe d'âge  $i$  sera obtenue en groupant les captures observées dans les classes de longueur comprises entre les deux âges extrêmes de l'intervalle d'âges respectif. Il peut arriver que les classes de longueurs qui sont constituées par des éléments qui appartiennent à deux groupes d'âges consécutifs. Dans ce cas il faudra répartir la capture de ces classes extrêmes en deux parties et les attribuer à chacun de ces âges. Dans l'exemple de la Figure 7.5, les captures de la classe de longueurs (24-26) appartiennent à l'âge 0 et à l'âge 1. Ainsi, il faut répartir cette capture par les deux âges. Une méthode simple pourra être attribuée à l'âge 0 la fraction  $(1.00 - 0.98)/(1.06 - 0.98) = 0.25$  et à l'âge 1 la fraction  $(1.06 - 1.00)/(1.06 - 0.98) = 0.75$  de la capture annuelle de cette classe de longueurs. La méthode ne sera pas la plus appropriée puisqu'elle se base sur la supposition que dans les classes de longueurs la distribution des exemplaires par longueur est uniforme. Pour cela, il conviendra, quand on applique cette technique de répartition, d'utiliser le plus petit intervalle de classes possible.

Une autre façon de réaliser l'analyse de cohortes par longueurs pourra être de ne pas grouper les captures dans les classes de longueur comprises dans le même groupe d'âges, mais les utiliser séparément. Les cohortes pourront être suivies dans la matrice [C], à travers des classes de longueurs appartenant à un même âge, dans une certaine année, avec les classes de longueurs de l'âge suivant, de l'année suivante, etc. Ainsi les différentes cohortes existantes dans la matrice seront séparées et l'évolution de chacune d'elles se présentera, non par âges, mais par classes de longueur (voir Figure 7.5).

| Groupe |             |         | Années |      |      |      |
|--------|-------------|---------|--------|------|------|------|
| Âge    | Âge relatif | Classes | 2000   | 2001 | 2002 | 2003 |
| 0      | 1.03        | 20-     | 41     | 30   | 17   | 49   |
|        | 1.54        | 22-     | 400    | 292  | 166  | 472  |
|        | 1.98        | 24-     | 952    | 699  | 400  | 1127 |
| 1      | 2.06        | 26-     | 1766   | 1317 | 757  | 2108 |
|        | 2.30        | 28-     | 2222   | 1702 | 985  | 2688 |
|        | 2.74        | 30-     | 2357   | 1872 | 1093 | 2902 |
|        | 2.88        | 32-     | 2175   | 1091 | 1067 | 2739 |
| 2      | 3.00        | 34-     | 1817   | 948  | 1416 | 1445 |
|        | 3.42        | 36-     | 1529   | 812  | 1270 | 1250 |
|        | 3.64        | 38-     | 1251   | 684  | 980  | 1053 |
|        | 3.83        | 40-     | 1003   | 560  | 702  | 710  |
|        | 3.96        | 42-     | 787    | 290  | 310  | 558  |
| 3      | 4.01        | 44-     | 595    | 226  | 179  | 834  |
|        | 4.25        | 46-     | 168    | 70   | 71   | 112  |

Cohorte de l'an 2000

**Figure 7.5 Exemple d'une matrice [C] avec des classes de longueurs, "coupées en tranches", signalant en gras l'évolution d'une cohorte**

La méthode LCA de Jones (1961), pour analyser une composition de longueurs pendant la vie d'une cohorte, pourra alors être appliquée. Cette méthode analyse une cohorte pendant la vie, constituée par les captures en classes de longueur en appliquant les méthodes déjà étudiées de l'AC avec des  $T_i$  non-constants. Les valeurs de  $T_i$  sont calculées comme  $T_i = t_{i+1}^* - t_i^*$ , où  $t_i^*$  et  $t_{i+1}^*$  sont les âges relatifs correspondants aux extrêmes de l'intervalle de longueur  $i$ . Le vecteur [N] obtenu sera constitué par le nombre de survivants initiaux dans chaque classe de longueur de la cohorte et non dans chaque classe d'âge.



## Commentaires

1. Certains modèles, dénommés *modèles intégrés*, considèrent toute l'information disponible (captures, données des campagnes scientifiques, données d'effort, de rendement, etc.) qui avec la matrice [C], sont intégrés dans un seul modèle pour optimiser la fonction critère définie précédemment.
2. Fry (1949) a considéré les captures, par âges, accumulées de la fin vers le début, d'une cohorte pendant la vie comme image virtuelle du nombre de survivants au début de chaque âge (que l'auteur a désigné par "population virtuelle"):

$$\sum_{k=\text{final}}^i C_k = V_i = N_i \text{ virtual}$$

Dans la pêcherie étudiée par Fry, M était pratiquement nul. Mais si M est différent de zéro on peut dire que le nombre  $N_i$  de survivants au début de l'intervalle i sera:

$$N_i = \sum_{k=\text{final}}^i D_k$$

où  $D_k$  représente le nombre total de morts dans l'intervalle k.

En adoptant pour les taux d'exploitation, E, les valeurs initiales,  $E_{k(0)}$ , dans toutes les classes, on calcule:

$$D_{k(0)} = \frac{C_k}{E_{k(0)}}$$

$N_{i(0)}$  peut être calculé comme la valeur accumulée des morts totales, soit:

$$N_{i(0)} = \sum_{k=\text{wh}}^i D_{k(0)}$$

Alors, on aura:

$$Z_{i(1)} \cdot T_i = \ln(N_{i+i(0)} / N_{i(0)})$$

et on peut calculer:

$$F_{i(1)} \cdot T_i = E_{i(0)} \cdot Z_{i(1)} \cdot T_i$$

Les nouvelles valeurs de E seront:

$$E_{i(1)} = F_{i(1)} \cdot T_i / (F_{i(1)} \cdot T_i + M_i \cdot T_i)$$

Si l'on compare  $E_{i(1)}$  avec  $E_{i(0)}$  on peut évaluer, de la même façon que pour les méthodes itératives, les valeurs de E avec le rapprochement voulu.

Se rappeler que, dans la dernière classe le nombre,  $N_{\text{final}}$ , est égal au nombre de morts,  $D_{\text{final}}$ , et peut être calculé comme:

$$N_{\text{wh}} = D_{\text{wh}} = C_{\text{wh}} / E_{\text{wh}}$$

3. Finalement, il faut noter que les résultats de l'AC et de LCA nous donnent une perspective de l'histoire du stock dans les années antérieures. Cette information est, comme on l'a déjà vu, utile pour la réalisation de prévisions à Court et Long Terme.

Normalement l'année où l'on fait les évaluations les données de captures relatives à cette année ne sont pas encore disponibles, ce qui fait que l'on doit prévoir les captures et les biomasses pour l'année en cours avant d'effectuer les prévisions à Court Terme.

4. Quand on calcule les âges relatifs, on a l'habitude, pour uniformiser, d'adopter l'âge initial  $t_0$  comme étant zéro. La valeur de  $L_0$  correspondante sera alors la limite inférieure de la première classe de longueurs représentée dans les captures.

## CHAPITRE 8 – EXERCICES

### 8.1 REVISION MATHEMATIQUE

1. Calculez:

|    |                    |                         |   |                                   |
|----|--------------------|-------------------------|---|-----------------------------------|
| A) | $10^4$             | $16^{\frac{1}{2}}$      | $8427^0$                                | $0.01^{0.5}$                      |
| B) | $\frac{4^3}{4^5}$  | $(3^{-4})^4$            | $5^2 + 4^2$                             | $2^2 \times 2^5$ $2^2 \times 5^2$ |
| C) | $\log 1000$        | $\log 0.01$             | $\log\left(\frac{10^4}{10^{-3}}\right)$ |                                   |
| D) | $\ln e$            | $\ln \frac{1}{e}$       | $\ln e^{-5}$                            | $e^{\ln e}$                       |
| E) | $\frac{0}{0}$      | $\frac{A}{0}$           | $\frac{0}{A}$                           | $\frac{\infty}{\infty}$           |
|    | $\frac{0}{\infty}$ | $\frac{\infty}{\infty}$ | $\frac{A}{\infty}$                      | $\frac{\infty}{A}$                |

2. Vérifiez que

|    |  |    |  |
|----|--|----|--|
| a) | $a = e^{\ln a}$  | b) | $a = 10^{\log a}$  |
| c) | $\frac{e^x - 1}{x} \approx 1$ pour $-0.01 < x < +0.01$ | d) | $\frac{e^x - 1}{x} \approx e^{\frac{x}{2}}$ pour $-0.5 < x < +0.5$ |

3. Développez les expressions suivantes en appliquant des logarithmes (naturels) aux deux membres de l'égalité:

|    |                   |    |                            |    |                               |
|----|-------------------|----|----------------------------|----|-------------------------------|
| a) | $y = a \cdot x^5$ | b) | $y = a \cdot e^{-b(x+2c)}$ | c) | $y - a = b \cdot e^{-c(x-b)}$ |
|----|-------------------|----|----------------------------|----|-------------------------------|

Note:  $a$ ,  $b$ , et  $c$  sont constants;  $e$  est la constante de Neper ( $e = 2.7183...$ );  $x$  et  $y$  sont des variables.

4. Déterminez la valeur de  $x$  dans les expressions suivantes :

|    |                |    |              |    |                              |
|----|----------------|----|--------------|----|------------------------------|
| a) | $e^{-x} = 5.2$ | b) | $10^x = 5.5$ | c) | $y - a = b \cdot e^{c(x-b)}$ |
|----|----------------|----|--------------|----|------------------------------|

5. Calculez les dérivées des expressions suivantes :

|                      |                            |   |
|----------------------|----------------------------|---|
| a) $y=13$            | g) $y=5^x$                 | m) $y=(4+2 \cdot x)^3$                    |
| b) $y=3-8 \cdot x$   | h) $y=e^{-3 \cdot x}$      | n) $y=(x-6)^2$                            |
| c) $y=x^5$           | i) $y=\ln x$               | o) $y=a \cdot (3 \cdot e^{-b \cdot x})^3$ |
| d) $y=x^{2/7}$       | j) $y=\ln(5 \cdot x+4)$    | p) $y=(4 \cdot x+3) \cdot (e^x-4)$        |
| e) $y=x^{-3}$        | k) $y=1/x$                 |   |
| f) $y=e^{3 \cdot x}$ | l) $y=(2+4 \cdot x)/(3-x)$ |   |

6. Calculez les Primitives des expressions suivantes :

- |                          |  |                            |
|--------------------------|--|----------------------------|
| a) $f(x)=0$              | f) $f(x)=\frac{1}{x}$                  | k) $f(x)=e^{-0.5x}$        |
| b) $f(x)=5.34$           | g) $f(x)=\frac{-5}{2-5 \cdot x}$       | l) $f(x)=3 \cdot e^{2x+1}$ |
| c) $f(x)=x^6$            | h) $f(x)=\frac{1+2 \cdot x}{40+x+x^2}$ | m) $f(x)=x \cdot e^x$      |
| d) $f(x)=1+3 \cdot x$    | i) $f(x)=e^x$                          | n) $f(x)=\ln x$            |
| e) $f(x)=4 \cdot x^{-3}$ | j) $f(x)=e^{0.2x}$                     | o) $f(x)=x \cdot \ln x$    |

7. Calculez l'aire sous la fonction

- a)  $f(x)=2+5 \cdot x$  entre  $x=1$  et  $x=4$
- b)  $f(x)=e^{3x}$  entre  $x=0$  et  $x=1$
- c)  $f(x)=\frac{2}{5+2 \cdot x}$  entre  $x=\frac{1}{2}$  et  $x=\frac{3}{2}$
- d)  $f(x)=1+3 \cdot x$  entre  $x=-2$  et  $x=2$

8. Calculez la valeur de  $y_{\text{accumulé}}$  avec

- a)  $y=e^{-2 \cdot x}$  entre  $x=0$  et  $x=0.8$
- b)  $y=\frac{2}{1+2 \cdot x}$  entre  $x=1$  et  $x=2$
- c)  $y=2 \cdot x^3$  entre  $x=0$  et  $x=1$

9. Calculez la Valeur Moyenne de  $y$  avec

a)  $y = 3 \cdot e^{-7x}$  entre  $x = 0$  et  $x = 1$

b)  $y = 4 \cdot (1 - e^{-0.2x})$  entre  $x = 1$  et  $x = 3$

c)  $y = 2 - x$  entre  $x = 0$  et  $x = 1.2$

10. Calculez l'intégrale de

a)  $f(x) = 2 \cdot e^{-0.5x}$  à la condition initiale  $x = 1 \Rightarrow F(x) = 4$  où  $F(x) = \int f(x) \cdot dx$

b)  $f(x) = \frac{3}{x}$  à la condition initiale  $F(1) = 2$

c)  $\frac{dy}{dx} = 0.2 \cdot y$  à la condition initiale  $x = 0 \Rightarrow y = 10$

d)  $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{1 + 3x}$  à la condition initiale  $x = 0 \Rightarrow y = 0$

## 8.2 TAUX

(cf. 2.2)

Considérez la fonction  $y = 40 - 35e^{-0.2x}$ , dans l'intervalle (0,10)

1. Calculez:

a) Les valeurs de  $y$  pour  $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ ;

b) Représentez graphiquement la fonction  $y$  dans l'intervalle (0,10) de  $x$ ;

c) La variation,  $\Delta y$ , correspondante à l'intervalle (1,2) de  $x$ ;

d) Les taux moyens absolus de variation de  $y$ ,  $tma(y)$ , dans les intervalles (1,7), (2,5), (5,6) et (8,9)

e) Les taux instantanés absolus de variation de  $y$ ,  $tia(y)$ , aux points  $x=3$  et  $x=4$

f) Calculez le taux moyen relatif de variation de  $y$ ,  $t.m.r.(y)$ , dans l'intervalle (8,9) par rapport à la valeur de  $y$  correspondant au point initial, au point final et au point central de cet intervalle;

g) Calculez le taux instantané relatif de variation de  $y$ ,  $t.i.r.(y)$  au point central de l'intervalle (8,9)

2. Calculez le  $tia(y)$  des fonctions suivantes :

a)  $y = 1 + 10x$

b)  $y = x^3 - 2x + 3$

c)  $y = e^x$

d)  $y = \ln x$

3. Calculez le  $tir(y)$  des fonctions suivantes :

a)  $y = 4 + x$

b)  $y = e^x$

c)  $y = 6 \cdot e^{2x}$

d)  $y = a \cdot x$  avec  $a = \text{constante}$

4. Calculez le  $tia$  du  $tia(y)$  de  $y = 3x^2 - 4x - 12$

5. Soit la fonction  $y = 3 \cdot e^{-1.8x}$ , vérifiez que  $tir(y) = tia(\ln y)$

### 8.3 MODELE LINEAIRE SIMPLE

(cf. 2.3)

Considérez un modèle qui met en relation la caractéristique  $y$  avec le temps  $t$ , où la supposition de base est:

$$tia(y) = -3, \text{ pour } 0 < t < \infty$$

Adoptez la condition initiale pour  $t = 0$  sera  $y=30$

1. Comment désignez-vous le modèle?

Écrivez l'expression générale pour la valeur de la caractéristique  $y$  à l'instant  $t$ ;

2. Calculez la valeur de  $y$  quand  $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$  et dessinez le graphique de  $y$  contre  $x$ .

3. Considérant l'intervalle de temps,  $\Delta t$ , de  $t = 2$  à  $t = 4$

a) Calculez la variation de  $y$  pendant l'intervalle référé  $\Delta t$ ;

b) Calculez la valeur centrale de  $y$  dans l'intervalle  $\Delta t$ ;

c) Calculez la valeur accumulée de  $y$  dans cet intervalle,  $y_{cum}$ ;

d) Calculez la valeur moyenne,  $\bar{y}$ , de  $y$ , dans l'intervalle  $\Delta t$ ;

- e) Calculez la moyenne arithmétique simple de  $y$  dans l'intervalle  $\Delta t$ ;
- f) Vérifiez que la moyenne arithmétique de  $y$  est égale à la valeur moyenne,  $\bar{y}$ , et égale à la valeur centrale,  $y_{\text{central}}$  de  $y$  dans cet intervalle.
- g) On prétend vérifier que dans le cas du modèle linéaire le  $tma(y) = tia(y) = \text{constante}$ . Pour cela calculez pour l'intervalle  $\Delta t$  cité plus haut le  $tma(y)$  et le  $tia(y)$  et comparez les résultats.

Répétez l'exercice 2 en considérant l'intervalle de  $t = 0$  à  $t = 10$ .

## 8.4 MODELE EXPONENTIEL

(cf. 2.4)

Considérez un modèle qui met en relation la caractéristique  $y$  avec le temps  $t$ , selon la supposition de base suivante :

$$tir(y) = -0.4 \quad \text{pour } 0 < t < \infty$$

Adoptez la condition initiale: pour  $t = 0$  on aura  $y = 100$

1. Écrivez l'expression générale pour la valeur de la caractéristique  $y$  à l'instant  $t$ ;
- a) Calculez la valeur de  $y$  aux instants  $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .
- b) Représentez graphiquement les valeurs de  $y$  calculées ci-dessus contre les valeurs correspondantes de  $t$ .
- c) Représentez graphiquement les valeurs de  $\ln y$  contre les valeurs données de  $t$ .
2. Considérant l'intervalle de temps  $\Delta t = (3, 6)$ 
  - a) Calculez la variation de  $y$ ,  $\Delta y$ , pendant l'intervalle  $\Delta t$ .
  - b) Calculez  $y_{\text{central}}$  dans l'intervalle  $\Delta t$ .
  - c) Calculez la valeur de  $y_{\text{cum}}$  dans l'intervalle  $\Delta t$ .
  - d) Calculez  $\bar{y}$  dans l'intervalle  $\Delta t$ .
- e) Montrez que la moyenne géométrique des valeurs de  $y$  pour  $t = 3$  y  $t = 6$  est égale à  $y_{\text{central}}$  et approximativement égale à  $\bar{y}$  dans cet intervalle.
- f) Montrez que dans cet intervalle  $tmr(y)_{\text{relativon } y_i} = tir(y) = -0.4$

3. Considérez maintenant l'intervalle de temps de  $t = 0$  à  $t = \infty$ . Répétez les calculs de la question 2-alinéas a), c) et d) pour cet intervalle.

## 8.5 COHORTE – EVOLUTION EN NOMBRE

(cf. 3.2)

### GROUPE I

Dans le stock de cardine franche, *Lepidorhombus whiffiagonis*, des Divisions VIIIc et IXa du CIEM le Groupe de Travail d'Évaluation du CIEM (ICES, 1997a) a estimé que les poissons recrutent à la phase d'exploitation au début de l'âge de 1 an et qu'en 1996 le taux instantané de mortalité total pendant la phase d'exploitation a été  $0.7 \text{ an}^{-1}$ .

Considérez une cohorte de cardine franche qui a recruté pendant la phase d'exploitation avec un effectif de 1000 individus. Considérez l'intervalle entre le début de l'âge 1 et la fin de l'âge 7 ans comme la phase d'exploitation.

1.

- a) Dites quelle est la valeur du tir de la variation de  $N_t$  dans cet intervalle.
- b) Dites quelle est la valeur du tir de la mortalité de  $N_t$  dans cet intervalle.
- c) Calcule le taux annuel de survie pendant cet intervalle.
- d) Calculez le taux annuel de mortalité pendant cet intervalle.

2.

- a) Calculez le nombre de survivants au début de chaque âge de cet intervalle.
- b) Calculez le nombre de survivants à la fin de l'âge de 7 ans.
- c) Faites le graphique du nombre de survivants contre l'âge dans cet intervalle.
- d) Calculez le nombre de morts à chaque âge de cet intervalle.
- e) Dites quel est le nombre de morts pendant toute la phase d'exploitation.
- f) Déterminez le pourcentage du nombre initial de l'âge de 3 ans qui survivent jusqu'au début de l'âge de 6 ans.
- g) Déterminez le pourcentage du nombre initial de l'âge de 3 ans qui meurent jusqu'au début de l'âge de 6 ans.
- h) Calculez le nombre moyen de survivants pendant chaque âge de l'intervalle donné.
- i) Calculez le nombre accumulé de survivants aux âges de 3 à 5 ans.
- j) Calculez le nombre moyen de survivants entre les débuts des âges de 3 et 6 ans.



## GROUPE II

Le Groupe de Travail du CIEM où a été évalué le stock de sardine ibérique, *Sardina pilchardus*, a estimé les taux de mortalité pour chaque âge en 1995 (ICES, 1997b) qui sont présentés dans le tableau suivant:

| Groupe d'âge             | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    |
|--------------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| Taux annuel de mortalité | 0.36 | 0.43 | 0.54 | 0.63 | 0.66 | 0.68 | 0.72 |

Supposez que ces taux correspondent à une cohorte.

1. Les taux peuvent, comme on l'a déjà vu, être de divers genres (ex: tma, tmr, tia et tir et les taux relatifs ont été référés à diverses valeurs de caractéristiques). Quel type de taux est le taux annuel de mortalité ?
2. Calculez le taux de survie dans chaque classe d'âge.
3. Calculez le coefficient de mortalité total pour chaque classe d'âge.
4. Calculez le taux de survie entre le début de l'âge 1 et la fin de l'âge 4.
5. Calculez le taux moyen annuel de survie dans l'intervalle d'âges.

## GROUPE III

Considérez une cohorte d'une certaine espèce pour laquelle le nombre de survivants au début de l'âge 2 ans est 4325, alors que le nombre de survivants à la fin de l'âge 2 ans est 2040.

1. Calculez le nombre moyen d'individus à l'âge de 2 ans et le nombre d'individus d'âge 2.5 ans. Comparez les résultats.
2. Si le taux annuel de mortalité de cette cohorte aux âges de 3 et 4 ans est de 70% et 60% respectivement, calculez le pourcentage du nombre initial d'individus à l'âge de 3 ans qui survivra jusqu'à la fin de l'âge de 4 ans.

Dites quel est le rapport entre les taux de survie pendant la période comprenant les âges 3 et 4 ans et les taux annuels de survie aux âges de 3 et 4 ans.

### 8.6 COHORTE – CAPTURE EN NOMBRE

(cf. 3.3)

## GROUPE I

Selon le Groupe de Travail d'Évaluation du CIEM (ICES, 1996a) en 1995 les taux instantanés relatifs de mortalité totale et naturelle à l'âge de 3 ans du stock de merlan bleu, *Micromesistius poutassou*, ont été estimés comme étant respectivement  $Z_3 = 0.4 \text{ an}^{-1}$  et  $M_3 = 0.2 \text{ an}^{-1}$ . Cette année-là le nombre de survivants au début de l'âge de 3 ans a été de 2600 millions d'individus.

1. Calculez, pour la cohorte de 1992 et pour l'âge de 3 ans:
  - a) Le taux annuel de survie et le taux annuel de mortalité total.
  - b) Le taux instantané relatif de mortalité par pêche.
  - c) Le taux d'exploitation.
  - d) Le nombre de morts pendant l'âge.
  - e) Le nombre moyen de survivants pendant l'âge.
  - f) La capture totale en nombre d'individus de 3 ans.
  - g) Le nombre de survivants à la fin de l'âge.

## GROUPE II

Le groupe d'âge de 4 ans du stock (Div. ICES VIIe-h) de merlan, *Merlangius merlangus merlangus*, est exploité simultanément par des flottilles de chalut de crustacés et chalut de fond pour poissons.

Le Groupe de Travail du CIEM qui évalue ce stock estime (ICES, 1996a) que, en 1995, le taux instantané de mortalité total de cet âge (4 ans) a été  $Z = 1.3 \text{ an}^{-1}$ . Admettez, pour cet exercice, que le taux instantané de mortalité par pêche causé par la flottille de chalut de crustacés a été  $F_c = 0.5 \text{ an}^{-1}$ , alors que la valeur correspondante pour la flottille de chalut de fond pour les poissons a été  $F_p = 0.6 \text{ an}^{-1}$ . Le Groupe a aussi considéré le taux instantané de mortalité naturel,  $M = 0.2 \text{ an}^{-1}$ .

1. En 1995 17.66 millions d'individus ont été recrutés à l'âge 4 ans.
  - a) Calculez le nombre total de morts à cet âge.
  - b) Calculez le nombre moyen de survivants à cet âge.
  - c) Calculez le taux d'exploitation de chacune des flottilles.
  - d) Calculez le taux d'exploitation total.
  - e) Calculez la capture en nombre effectuée pour chacune des flottilles et la capture totale en nombre.
  - f) Calculez le nombre de survivants à la fin de l'âge. (Il n'est pas obligatoire de résoudre les questions dans l'ordre présenté).

### GROUPE III

Pour cet exercice admettez que le nombre moyen de survivants de la cohorte de 1990 d'un stock d'anchois européen, *Engraulis encrasicolus*, à l'âge de 2 ans a été calculé comme étant de 50 millions d'individus. Pendant l'année 1992, 70 millions d'individus ont été capturés, 40% d'entre eux par la flottille nationale, et l'on estime que 80 millions sont morts de causes naturelles.

1. Pour cet âge et cette cohorte:
  - a) Calculez le taux d'exploitation total et des flottilles nationales et étrangères.
  - b) Calculez les coefficients de mortalité totale, naturelle et par pêche.
  - c) Calculez les taux instantanés de mortalité par pêche causés par la flottille nationale et par la flottille étrangère.
  - d) Calculez le nombre de survivants au début et à la fin de l'âge. (Il n'est pas obligatoire de résoudre les questions dans l'ordre présenté).

### GROUPE IV

Selon le Groupe de Travail d'évaluation du CIEM (ICES, 1997a) les coefficients de mortalité par pêche de la cohorte de 1976 du stock de sole, *Solea vulgaris*, de la Mer Celtique à chaque âge de 2 à 8 ans (tableau suivant) ont été estimés. Le coefficient de mortalité naturel pour ce stock est considéré constant et égal à  $0.1 \text{ an}^{-1}$ . On estime qu'au début de l'âge de 6 ans il y avait 1112 millions de survivants de cette cohorte.

| Âge   | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|
| $F_i$ | 0.07 | 0.22 | 0.33 | 0.41 | 0.45 | 0.41 | 0.74 |

1. Calculez le nombre de survivants de cette cohorte au début de chacun des âges indiqués ci-dessus.
2. Calculez le nombre de morts pour chacun des âges indiqués dans le tableau.
3. Calculez le taux d'exploitation supporté par cette cohorte à chaque âge.
4. Calculez le nombre moyen de survivants à chacun des âges indiqués.
5. Calculez la capture en nombre extraite de cette cohorte à chaque âge indiqué ci-dessus, en utilisant deux méthodes différentes.

### 8.7 CROISSANCE INDIVIDUELLE EN LONGUEUR ET EN POIDS (cf. 3.4)

#### GROUPE I

Les paramètres de l'équation de croissance en longueur de von Bertalanffy pour le stock de baudroie rousse (Div. VIIIc et IXa du CIEM), *Lophius budegassa*, ont été estimés ainsi (Duarte *et al.*, 1997):

Longueur asymptotique = 101.69 cm  
 Coefficient de croissance en longueur =  $0.08 \text{ an}^{-1}$   
 Âge théorique où la longueur est nulle =  $-0.2 \text{ an}$

1. Calculez la longueur théorique correspondante à l'âge de 3.84 an
2. Calculez la longueur au début des âges de 1 à 12 ans.
3. Calculez, pour chaque âge indiqué ci-dessus, la longueur centrale.
4. Représentez graphiquement la courbe de croissance en longueur de Bertalanffy pour ce stock.

## GROUPE II

En utilisant les paramètres de croissance donnés dans le Groupe I:

1. Calculez la longueur correspondant à chaque intervalle d'âge entre 1 et 12 ans comme étant la moyenne arithmétique simple de la longueur au début et à la fin de chaque classe.
2. Calculez la longueur moyenne de chaque âge pour le même intervalle de 1 à 12 ans selon le modèle de von Bertalanffy
3. Comparez les longueurs obtenues en a) avec celles obtenues en b) et avec les valeurs centrales de chaque âge de l'intervalle calculées dans le Groupe I.

## GROUPE III

Les données présentées dans le tableau suivante représentent la longueur moyenne (cm) par âge (ans) obtenue de lectures directes d'âge réalisées avec des exemplaires du stock de baudroie rousse, *Lophius budegassa*, (Div. VIIIc et IXa).

| t | $L_t$ (cm) | t  | $L_t$ (cm) |
|---|------------|----|------------|
| 1 | 9.2        | 7  | 44.4       |
| 2 | 16.5       | 8  | 49.0       |
| 3 | 22.9       | 9  | 52.3       |
| 4 | 28.8       | 10 | 55.0       |
| 5 | 34.7       | 11 | 60.8       |
| 6 | 38.6       | 12 | 63.4       |

À partir de ces données les paramètres de l'équation de croissance selon le modèle de Gompertz ont été estimés ainsi:

Gompertz:  $L_{\infty} = 73.7 \text{ cm};$   $k = 0.22 \text{ an}^{-1}$   $t^* = -2.76 \text{ an}$

(rappelez-vous que  $t^*$  est l'âge correspondant à  $L=1 \text{ cm}$ )

1. Représentez graphiquement les valeurs observées.
2. Calculez pour l'intervalle 1-12 ans les valeurs de la longueur au début de chaque âge, selon le modèle de croissance de Gompertz et dessinez la courbe de croissance respective. Déterminez le point d'inflexion de la courbe.
3. Calculez pour l'intervalle 1-12 ans les valeurs de la longueur au début de chaque âge, selon le modèle de croissance de Gompertz et dessinez la courbe de croissance respective.
4. Dites quel modèle de croissance vous considérez le plus approprié pour ce cas et justifiez votre réponse.

#### GROUPE IV

Les données présentées dans le tableau suivant se réfèrent au stock de baudroie rousse *Lophius budegassa* (Div. VIIIc et IXa).

Tableau de poids individuels par classe de longueur des échantillons de baudroie rousse *Lophius budegassa* recueillis par l'IEO et l'IPIMAR en 1994.

| Li (cm) | W <sub>moyen</sub> (g) | n  | Li (cm) | W <sub>moyen</sub> (g) | n  |
|---------|------------------------|----|---------|------------------------|----|
| 20-     | 129                    | 3  | 50-     | 1685                   | 28 |
| 22-     | 163                    | 2  | 52-     | 1896                   | 30 |
| 24-     | 219                    | 4  | 54-     | 2107                   | 24 |
| 26-     | 265                    | 14 | 56-     | 2345                   | 41 |
| 28-     | 320                    | 8  | 58-     | 2569                   | 41 |
| 30-     | 397                    | 10 | 60-     | 2848                   | 32 |
| 32-     | 486                    | 9  | 62-     | 3126                   | 35 |
| 34-     | 545                    | 57 | 64-     | 3407                   | 28 |
| 36-     | 664                    | 60 | 66-     | 3700                   | 19 |
| 38-     | 773                    | 61 | 68-     | 4056                   | 23 |
| 40-     | 890                    | 58 | 70-     | 4411                   | 17 |
| 42-     | 1027                   | 64 | 72-     | 4764                   | 13 |
| 44-     | 1122                   | 56 | 74-     | 5203                   | 8  |
| 46-     | 1334                   | 50 | 76-     | 5587                   | 4  |
| 48-     | 1503                   | 37 | 78-     | 5982                   | 3  |

Pour chaque classe de longueur une moyenne des poids observés est indiquée.

En se basant sur ces données, des paramètres de la relation longueur-poids ont été estimés pour ce stock ainsi :

$$a = 0.021$$

$$b = 2.88$$

1. Calculez le poids théorique pour chaque classe de longueur.
2. Marquez sur un graphique les poids observés et théoriques contre les classes de longueur.
3. Supposez que vous voulez utiliser la relation longueur-poids, avec  $b=3$  (la constante de proportionnalité a été estimée pour cette relation comme étant  $a=0.013$ ). Calculez, pour ce cas, les poids théoriques pour chaque classe de longueur. Comparez ces valeurs avec les poids théoriques estimés dans 1).
4. En utilisant les résultats obtenus jusqu'ici, écrivez l'équation de croissance de Bertalanffy, en poids, pour ce stock.

## 8.8 COHORTE DURANT TOUTE LA VIE – BIOMASSE ET CAPTURE (cf. 3.6) EN POIDS

### GROUPE I

Le recrutement à la phase d'exploitation du chinchard, *Trachurus trachurus*, distribué en eaux Ibéro-Atlantiques (Div. VIIIc et IXa) a lieu à l'âge de 1 an. Pour les calculs, considérez une cohorte qui a recruté sur 1000 individus pendant la phase d'exploitation, entre les âges de 1 et 10 ans.

Les paramètres de l'équation de von Bertalanffy pour cette ressource, en utilisant les longueurs moyennes à l'âge, dans la capture, du Groupe de Travail du CIEM (ICES, 1998a), ont été estimés ainsi:

$$\begin{aligned}L_{\infty} &= 34.46 \text{ cm} \\ K &= 0.225 \text{ an}^{-1} \\ t_0 &= -1.66 \text{ an}\end{aligned}$$

La relation longueur-poids a aussi été estimée, en utilisant les poids moyens par âge adoptés par le GT pour les projections à Long Terme (ICES, 1998a), ainsi:

$$W(g) = 0.011 L(cm)^{2.90}$$

La mortalité de cette ressource est caractérisée par:

- Coefficient de mortalité naturel constant au cours de la phase d'exploitation:  $M=0.15 \text{ an}^{-1}$ .
- Coefficient de mortalité par pêche en 1996 (ICES, 1998a) variable selon l'âge:

| Âge (an)              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
|-----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $F_i(\text{an}^{-1})$ | 0.24 | 0.26 | 0.10 | 0.08 | 0.06 | 0.09 | 0.12 | 0.14 | 0.18 | 0.24 |

1. Organisez les calculs sur une feuille de calcul, de façon à calculer pour chaque âge de la vie de la cohorte (de l'âge 1 à 10):

- a) Le nombre au début de l'âge
- b) Le poids individuel au début de l'âge
- c) La biomasse au début de l'âge
- d) Le nombre de morts pendant l'âge
- e) Le nombre moyen de survivants pendant l'âge
- f) Le poids individuel moyen pendant l'âge
- g) La biomasse moyenne pendant l'âge
- h) La Capture en nombre pendant l'âge
- i) La Capture en poids pendant l'âge

2. Déterminez:

- a) Le nombre accumulé de survivants au cours de la phase d'exploitation
- b) La biomasse accumulée de la cohorte tout au cours de sa vie exploitable
- c) La capture totale en nombre extraite de la cohorte tout au long de sa vie exploitable
- d) La capture totale en poids extraite de la cohorte tout au long de sa vie exploitable
- e) Le poids moyen des individus capturés, tout au long de sa vie exploitable
- f) Le poids moyen des individus de la cohorte, tout au long de sa vie exploitable

### GROUPE II

Présentez les histogrammes de:

- 1. Nombres moyens de survivants de la cohorte à chaque âge, tout au long de sa vie exploitable
- 2. Biomasses moyennes de la cohorte à chaque âge, tout au long de sa vie exploitable
- 3. Captures en nombre par âge de la cohorte, au long de toute sa vie exploitable.
- 4. Captures en poids par âge de la cohorte, tout au long de sa vie exploitable.

### GROUPE III

Supposez maintenant que l'on prétende analyser le cas où tous les coefficients de mortalité par pêche sont supérieurs de 30% à ceux indiqués dans le tableau du Groupe I.

- 1. Calculez les caractéristiques du Groupe I-2 que l'on pourrait obtenir de la même cohorte au long de sa vie, dans cette situation alternative.

2. Comparez les valeurs des caractéristiques obtenues dans ces conditions avec celles obtenues dans le Groupe I-2, en calculant le pourcentage de variation de ces caractéristiques par rapport aux valeurs respectives dans la situation précédente.

**8.9 COHORTE DURANT TOUTE LA VIE – SIMPLIFICATION DE BEVERTON ET HOLT** (cf. 3.7)

**GROUPE I**

Le recrutement à la phase exploitable du chinchard, *Trachurus trachurus*, distribué en eaux Ibéro-Atlantiques (Div. VIIIc et IXa) a lieu à l'âge de 1 an.

Le recrutement à la phase exploitée a été simplifié en adoptant l'âge  $t_c=2$  ans.

Les paramètres de l'équation de von Bertalanffy estimés pour cette ressource sont les suivants:

$$L_{\infty} = 34.46 \text{ cm}$$

$$K = 0.225 \text{ an}^{-1}$$

$$t_0 = -1.66 \text{ an}$$

avec la relation longueur-poids:  $W(g) = 0.011 L(cm)^{2.90}$

La mortalité de cette ressource est caractérisée par:

- Coefficient de mortalité naturel constant pour toute la phase exploitable  $M=0.15 \text{ an}^{-1}$ ;
- Coefficient de mortalité par pêche,  $F = 0.14 \text{ an}^{-1}$ , constant pour toute la phase exploitée.

I. Calculez, en utilisant la simplification de Beverton et Holt:

- a) Le recrutement  $R_c$  à la phase exploitée.
- b) Le nombre de morts au cours de toute la vie exploitée.
- c) Le nombre accumulé de survivants au cours de toute la vie exploitée.
- d) La biomasse accumulée au cours de toute la vie exploitée.
- e) La capture en nombre au cours de toute la vie exploitée.
- f) La capture en poids au cours de toute la vie exploitée.
- g) Le poids moyen des individus de la cohorte au cours de toute la vie exploitée.
- h) Le poids moyen des individus capturés au cours de toute la vie exploitée.



## GROUPE II

Malgré la grande variabilité des valeurs de  $F$  des données présentées à la Section 8.8, on a préparé la Section 8.9 avec  $F$  constant,  $F = 0.14 \text{ an}^{-1}$ . On va maintenant comparer les résultats de la Section 8.8 avec ceux que l'on obtient dans ce group en utilisant la simplification de Beverton et Holt.

1.
  - a) Déterminez le nombre accumulé, la biomasse accumulée, la capture totale en nombre, la capture totale en poids et le poids moyen de la capture.
  - b) Comparez les résultats avec ceux obtenus à la Section 8.8 (Groupe I-2).
2.
  - a) Répétez le Groupe I de la Section 8.8 en utilisant une valeur de  $F$  30% supérieure et calculez les pourcentages de variation du nombre accumulé, de la biomasse accumulée, de la capture totale en nombre, de la capture totale en poids et du poids moyen à la capture par rapport aux valeurs respectives obtenues dans le Groupe I.
  - b) Comparez les pourcentages de variation des caractéristiques obtenues à l'alinéa précédent avec celles de la Section 8.8 (Groupe III).

### 8.10 STOCK – PREVISIONS A COURT TERME

(cf. 4.3)

Les paramètres de mortalité et le régime d'exploitation du Stock Ibérique de merlu européen, *Merluccius merluccius*, des Divisions VIIIc et IXa du CIEM ont été estimés par le Groupe de Travail d'évaluation du CIEM (ICES, 1998b) ainsi:

Coefficient de Mortalité Naturel =  $0.20 \text{ an}^{-1}$

Niveau de Mortalité par Pêche en 1996 =  $0.24 \text{ an}^{-1}$

#### Régime d'exploitation en 1996

| Âge   | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $s_i$ | 0.00 | 0.09 | 0.29 | 1.31 | 1.25 | 1.12 | 1.32 | 1.55 | 1.55 |

Les paramètres de croissance ont été estimés ainsi:

| Paramètres de croissance de von Bertalanffy (CE, 1994): | Relation longueur-poids, $W_i(g) = a.L(cm)^b$ (Cardador, 1988): |
|---|---|
| $L_{\infty} = 100 \text{ cm}$                           | $a = 0.004$   |
| $K = 0.08 \text{ an}^{-1}$                              | $b = 3.2$   |
| $t_0 = -1.4 \text{ an}$                                 |   |

Au début de 1996 le stock considéré avait la structure suivante en nombre par âge, représentant  $i$  l'âge et  $N_i$  le nombre de survivants au début de l'âge  $i$ , exprimé en millions d'individus:

| âge   | 0  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6 | 7 | 8 |
|-------|----|----|----|----|----|----|---|---|---|
| $N_i$ | 83 | 27 | 41 | 30 | 22 | 11 | 6 | 3 | 5 |

### GROUPE I

1. Estimez les poids individuels au début de chaque âge, le nombre total d'individus et la biomasse totale du stock au début de l'année.
2. Estimez le poids moyen individuel, le nombre moyen de survivants, la biomasse moyenne, la capture totale en nombre, la capture totale en poids et le poids moyen à la capture et du stock, pendant l'année de 1996.
3. Supposant un recrutement en 1997 égal à 100 millions d'individus calculez pour le début de l'année de 1997:

- a) La structure en nombre du stock
- b) La structure en biomasse du stock
- c) Le nombre total d'individus du stock
- d) La biomasse totale du stock

(notez que le stock au début de 1997 est équivalent au stock à la fin de 1996, excepté le recrutement qui doit être estimé séparément).

### GROUPE II

Les chercheurs ont alerté que le niveau de pêche, en 1996, était trop élevé devant être réduit, et ont suggéré une réduction dans l'ordre des 40% pour que dans le futur l'on puisse obtenir des captures en poids et des biomasses plus convenables.

Comme alternative ils ont aussi suggéré, pour améliorer l'exploitation de ce stock, l'augmentation de la taille de la maille des filets de pêche.

1. Les administrateurs des pêches ont demandé aux chercheurs qu'ils évaluent la biomasse moyenne du stock, la capture en nombre, la capture en poids et le poids moyen à la capture au cours de 1997 dans les cas:
  - a) De maintien du régime de pêche de 1996 (situation *status quo*)
  - b) De réduction de 40% du niveau de pêche de 1996.

- c) Faites les calculs nécessaires pour évaluer a) et b), présentez les résultats et commentez les changements de la capture en poids et de la biomasse moyenne par rapport à 1996.
2. Les administrateurs des pêches ont aussi demandé aux chercheurs qu'ils évaluent la capture en poids et la biomasse moyenne résultant du maintien, en 1997, du niveau de pêche de 1996 mais en introduisant une nouvelle taille de maille de filet de pêche. Pour cet exercice admettez que les chercheurs ont proposé le nouveau régime d'exploitation suivant:

| âge   | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $s_i$ | 0.00 | 0.00 | 0.03 | 1.50 | 1.65 | 1.75 | 1.80 | 1.80 | 1.80 |

Effectuez les calculs, présentez les résultats et commentez les changements de la capture en poids et de la biomasse moyenne par rapport à 1996.

3. Évaluez les effets sur la capture en poids et sur la biomasse moyenne résultant de l'adoption simultanée en 1997 de la réduction de 40% du niveau de pêche de 1996 et de l'introduction du nouveau régime d'exploitation (présentés aux numéros 1 et 2). Présentez les résultats et commentez-les.

#### 8.11 STOCK – PREVISIONS A LONG TERME

(cf. 4.4)

Les paramètres de mortalité du Stock Ibérique (Div. VIIIc et IXa) de Sardine, *Sardina pilchardus*, ont été estimés par le Groupe de Travail d'évaluation du CIEM (ICES, 1997b) ainsi:

- Coefficient de Mortalité Naturel =  $0.33 \text{ an}^{-1}$
- Niveau de Mortalité par Pêche en 1996 =  $0.56 \text{ an}^{-1}$

Indépendamment de la durée de la phase d'exploitation de ce stock, considérez pour cet exercice que la phase d'exploitation a lieu dès le début de l'âge zéro jusqu'à la fin de l'âge six.

##### Régime d'exploitation, $s_i$ , en 1996

| $s_0$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | $s_4$ | $s_5$ | $s_6$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.21  | 0.41  | 0.79  | 1.18  | 1.34  | 1.43  | 1.68  |

Les paramètres de croissance individuelle et de la relation poids-longueur de ce stock ont été estimés (Pestana, 1989) ainsi:

**Paramètres de croissance de von Bertalanffy**

$$\begin{aligned}L_{\infty} &= 22.3 \text{ cm} \\ K &= 0.40 \text{ an}^{-1} \\ t_0 &= -1.6 \text{ an}\end{aligned}$$

**Relation poids-longueur**

$$\begin{aligned}W &= a \cdot L^b \\ L \text{ en cm e } W \text{ en g} \\ a &= 0.0044 \\ b &= 3.185\end{aligned}$$

**GROUPE I**

1. Calculez l'évolution en nombre et biomasse au début de chaque âge d'une cohorte au cours de sa vie, en supposant que les paramètres de croissance, de mortalité naturelle et par pêche sont les valeurs données.
2. Le recrutement à l'âge 0 en 1996 a été estimé à 4300 millions d'individus. Calculez le nombre accumulé, la biomasse accumulée, la capture en nombre et en poids pendant toute la vie de la cohorte.

**GROUPE II**

Il a été estimé qu'au début de 1996 le stock considéré avait la structure en nombre par âges suivante, représentant  $i$  l'âge et  $N_i$  le nombre de survivants au début de l'âge  $i$ , exprimé en millions d'individus:

| $i$   | 0    | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   |
|-------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $N_i$ | 4300 | 279 | 591 | 233 | 561 | 384 | 180 |

On prétend évaluer le stock à Long Terme. A cet effet on considère stables tous les paramètres de mortalité et de croissance pendant les années à venir. Considérez aussi que le recrutement dans ces futures années est égal au recrutement de 1996.

1. En vous basant sur ces suppositions, calculez jusqu'à l'an 2006 et au début de chaque année et de chaque âge, le nombre de survivants du stock existant en 1996.
2. Comparez les structures du stock en 2003 et 2006.
3. Comparez l'évolution de la cohorte de 1996 avec la structure du stock au début de 2003.

Pendant la réunion du Groupe de Travail d'évaluation (ICES, 1998b) du stock Ibérique (Div. VIIIc et IXa) de merlu européen, *Merluccius merluccius*, les paramètres suivants de la population, pour la période 1982-1996 ont été estimés:

| Année | N (âge 0)<br>(millions) | Biomasse de ponte<br>(1000 tonnes) |
|-------|-------------------------|------------------------------------|
| 1982  | 125                     | 59.8                               |
| 1983  | 107                     | 61.4                               |
| 1984  | 136                     | 58.8                               |
| 1985  | 97                      | 44.1                               |
| 1986  | 104                     | 26.4                               |
| 1987  | 97                      | 24.2                               |
| 1988  | 84                      | 22.8                               |
| 1989  | 56                      | 18.9                               |
| 1990  | 59                      | 19.4                               |
| 1991  | 69                      | 20.5                               |
| 1992  | 86                      | 21.5                               |
| 1993  | 70                      | 21.0                               |
| 1994  | 63                      | 16.5                               |
| 1995  | 32                      | 15.2                               |
| 1996  | 83                      | 18.0                               |

Le recrutement annuel à la phase d'exploitation est considéré comme étant le nombre d'individus d'âge 0.

1. Dessinez le graphique de dispersion des recrutements qui en résulte, contre la biomasse de ponte parentale.
2. Les paramètres pour la relation S-R ont été estimés en accord avec les modèles de Shepherd, Ricker, Beverton & Holt et Deriso, indiqués dans le tableau suivant, de même que le coefficient de détermination,  $r^2$ , obtenu pour chaque ajustement:

| Paramètres | Shepherd | Ricker | Beverton & Holt | Deriso |
|------------|----------|--------|-----------------|--------|
| Alfa (R/g) | 3.50     | 4.43   | 4.91            | 4.40   |
| k (1000 t) | 64.94    | 78.13  | 45.39           | 106.27 |
| c          | 3.52     |        |                 | 0.896  |
| $r^2$      | 0.71     | 0.68   | 0.66            | 0.75   |

- Calculez les recrutements espérés pour chaque année de la période 1982-1996 en utilisant les quatre modèles S-R. Le coefficient de détermination,  $r^2$ , peut être utilisé pour indiquer le bon ajustement du modèle aux données observées, selon le nombre d'observations ( $r^2$  peut être interprété comme le pourcentage de variation des points observés qui est expliqué par le modèle. Les valeurs proches de 1 indiquent un bon ajustement et les valeurs proches de zéro indiquent un mauvais ajustement).
- En utilisant cet indicateur commentez le bon ajustement de chaque modèle.
- Dessinez, sur le graphique de dispersion obtenu précédemment (n° 1), les courbes S-R de chaque modèle. Commentez:

### 8.13 $F_{\max}$

(cf. 5.2.1)

Considérez le stock de morue, *Gadus morhua*, de la mer d'Irlande (Div. VIIa). Les paramètres suivants de mortalité et biologiques ont été estimés par le Groupe de Travail du CIEM (ICES, 1998c):

Coefficient de Mortalité Naturel:  $M = 0.20 \text{ an}^{-1}$

Niveau de pêche en 1996:  $F_{96} = 0.58 \text{ an}^{-1}$

Poids moyen (kg) à la capture et du stock:

| âge         | 0     | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\bar{W}_i$ | 0.001 | 0.883 | 1.778 | 3.597 | 5.695 | 7.904 | 8.502 | 9.200 |

### GROUPE I

Admettez pour cet exercice, que le stock était constitué par les groupes d'âge 0 à 7 ans et qu'il était exploité selon le régime d'exploitation suivant:

Régime d'exploitation:

| Âge   | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $s_i$ | 0.80 | 0.90 | 0.96 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |

- Calculez pour 1000 recrues la capture annuelle en poids et la biomasse moyenne annuelle, à Long Terme, correspondante au niveau de pêche de 1996.
- Adoptant le facteur  $F_{\text{facteur}}$  entre 0 et  $2.5 \text{ an}^{-1}$  à intervalles de  $0.1 \text{ an}^{-1}$  dessinez la courbe de la capture annuelle en poids contre  $F_{\text{facteur}}$ . Sur le même graphique représentez la courbe de la biomasse moyenne contre  $F_{\text{facteur}}$ .

3. Calculez le point de référence biologique  $F_{\max}$ .

## GROUPE II

1. Répondez aux questions précédentes mais en considérant le régime d'exploitation suivant:

Régime d'exploitation adopté par le Groupe de Travail:

| Âge   | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $s_j$ | 0.00 | 0.20 | 0.96 | 1.30 | 1.12 | 0.67 | 0.58 | 0.58 |

- a) Comparez la valeur de  $F_{\max}$  de cet exercice avec celui obtenu dans celle du Groupe I.
- b) Calculez le point de référence biologique  $F_{\max}$  sachant que le Groupe de Travail considère le groupe d'âge 7 comme un groupe d'âges accumulés (7+). Ainsi, les poids moyens à la capture et du stock présentés au début de l'exercice se maintiennent, excepté le dernier groupe d'âges qui devient le groupe d'âge 7+ avec un poids moyen égal à 10.873 kg. Le régime d'exploitation se maintient aussi avec la valeur de 0.58 pour le groupe 7+.
- c) Comparez les valeurs de  $F_{\max}$  obtenues, considérant le groupe d'âge 7 comme le dernier âge avec la valeur de  $F_{\max}$  obtenue quand le dernier groupe d'âge est le groupe 7+.

### 8.14 $F_{0.1}$

(cf. 5.2.2)

Considérez le stock ibérique (Div. VIIIc e IXa) de cardine à quatre taches, *Lepidorhombus boscii*.

Les paramètres suivants de mortalité et biologiques ont été estimés par le Groupe de Travail du CIEM (ICES, 1998b):

Coefficient de Mortalité Naturel:  $M = 0.20 \text{ an}^{-1}$

Mortalité par pêche en 1996:  $F_{96} = 0.36 \text{ an}^{-1}$

Régime d'exploitation:

| Âge   | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7+   |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|
| $s_i$ | 0.06 | 0.43 | 0.89 | 1.65 | 1.66 | 1.22 | 1.22 |

Poids moyen (kg) à la capture et du stock:

| Âge         | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7+    |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\bar{W}_i$ | 0.037 | 0.067 | 0.086 | 0.109 | 0.144 | 0.188 | 0.244 |

1. Adoptant la valeur 1000 pour le recrutement à la zone de pêche, calculez la capture annuelle en poids, la biomasse moyenne annuelle, et le poids moyen annuel à la capture, à Long Terme, correspondante au niveau de mortalité par pêche de 1996.
2. Adoptant le facteur  $F_{factor}$  entre 0 et  $2.5 \text{ an}^{-1}$  à intervalles de  $0.1 \text{ an}^{-1}$  dessinez la courbe de capture annuelle en poids contre  $F_{factor}$ . Sur le même graphique représentez la courbe de la biomasse moyenne contre  $F_{factor}$ .
3. Calculez le point de référence Biologique  $F_{0.1}$
4. Calculez le point de référence Biologique  $F_{max}$
5. Dans le graphique où vous avez dessiné la courbe de la capture annuelle en poids et de la biomasse moyenne contre  $F_{factor}$  marquez les points de référence Biologique  $F_{0.1}$  e  $F_{max}$  que vous avez déterminé précédemment. Commentez.
6. Calculez la biomasse moyenne, la capture en poids et le poids moyen à la capture à Long Terme pour  $F_{0.1}$ . Comparez avec les valeurs obtenues à la question 1 pour ces caractéristiques et commentez.

#### 8.15 $F_{med}$

(cf. 5.2.3)

Pendant la réunion du Groupe de Travail d'évaluation (ICES, 1998b) du stock Ibérique (Div. VIIIc et IXa) de merlu européen, *Merluccius merluccius*, les paramètres suivants de la population ont été estimés:

Coefficient de mortalité naturel:  $M = 0.2 \text{ an}^{-1}$ ;

Mortalité par pêche en 1996:  $F_{96} = 0.24 \text{ an}^{-1}$

Poids moyen à la capture (g):

| Âge (ans)       | 0 | 1  | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8+   |
|-----------------|---|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| $\bar{W}_i$ (g) | 4 | 37 | 106 | 205 | 358 | 517 | 706 | 935 | 1508 |



Ogive de maturation (%):

| Âge (ans) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  | 8+  |
|-----------|---|---|---|---|----|----|----|----|-----|
| % matures | 0 | 0 | 1 | 6 | 20 | 49 | 76 | 91 | 100 |

Le Groupe de Travail a adopté, pour les projections à LP, le régime d'exploitation moyen de la période 1994-1996, qui est ci-dessous indiquée:

| Âge (ans) | 0     | 1    | 2     | 3   | 4     | 5     | 6     | 7     | 8+    |
|-----------|-------|------|-------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|
| $s_i$     | 0.001 | 0.11 | 0.398 | 1.3 | 1.261 | 1.019 | 1.473 | 1.874 | 1.874 |

1. Calculez la biomasse moyenne annuelle, la biomasse de ponte, la capture annuelle en poids et le poids moyen à la capture, à Long Terme.
2. Dessinez la courbe de capture annuelle en poids et de la biomasse moyenne contre  $F$ , pour des valeurs de  $F_{\text{factor}}$  entre 0 et  $2.5 \text{ an}^{-1}$ , à intervalles de  $0.1 \text{ an}^{-1}$ . Calculez les TRP's  $F_{\text{max}}$  et  $F_{0.1}$ .
3. Calculez le point de référence biologique  $F_{\text{med}}$  sachant que le recrutement (millions d'individus à l'âge 0) et les biomasses de pontes (1000 tonnes) entre 1982 et 1996, estimées par le Groupe de Travail, sont présentées dans le tableau suivant:

| Année | N (âge 0)<br>(millions) | Biomasse de ponte<br>(1000 tonnes) |
|-------|-------------------------|------------------------------------|
| 1982  | 125                     | 59.8                               |
| 1983  | 107                     | 61.4                               |
| 1984  | 136                     | 58.8                               |
| 1985  | 97                      | 44.1                               |
| 1986  | 104                     | 26.4                               |
| 1987  | 97                      | 24.2                               |
| 1988  | 84                      | 22.8                               |
| 1989  | 56                      | 18.9                               |
| 1990  | 59                      | 19.4                               |
| 1991  | 69                      | 20.5                               |
| 1992  | 86                      | 21.5                               |
| 1993  | 70                      | 21.0                               |
| 1994  | 63                      | 16.5                               |
| 1995  | 32                      | 15.2                               |
| 1996  | 83                      | 18.0                               |

4. Calculez la biomasse moyenne, la biomasse de ponte, la capture en poids et le poids moyen à la capture à Long Terme pour  $F_{med}$ . Comparez avec les valeurs obtenues à la question 1 et commentez.
5. Adoptant la relation stock-recrutement de Ricker, estimée par le Groupe de Travail ( $\alpha = 4.43 \text{ R/kg}$  et  $K = 78.13 \text{ mille t}$ ), calculez  $F_{MSY}$ ,  $B_{MSY}$  et  $Y_{MSY}$ . et comparez les différents F-cible estimés.

#### 8.16 MBAL et $B_{loss}$

(cf. 5.3.4 & 5.3.5)

Pendant la réunion du Groupe de Travail d'évaluation (ICES, 1998b) du stock Ibérique (Div. VIIIc et IXa) de merlu européen *Merluccius merluccius* ont a estimé le recrutement (millions d'individus d'âge 0) et la biomasse de ponte (1000 tonnes) pour la période 1982-1996. Les valeurs obtenues sont présentées dans le tableau suivant:

| Année | N (âge 0)<br>(millions) | Biomasse de ponte<br>(1000 tonnes) |
|-------|-------------------------|------------------------------------|
| 1982  | 125                     | 59.8                               |
| 1983  | 107                     | 61.4                               |
| 1984  | 136                     | 58.8                               |
| 1985  | 97                      | 44.1                               |
| 1986  | 104                     | 26.4                               |
| 1987  | 97                      | 24.2                               |
| 1988  | 84                      | 22.8                               |
| 1989  | 56                      | 18.9                               |
| 1990  | 59                      | 19.4                               |
| 1991  | 69                      | 20.5                               |
| 1992  | 86                      | 21.5                               |
| 1993  | 70                      | 21.0                               |
| 1994  | 63                      | 16.5                               |
| 1995  | 32                      | 15.2                               |
| 1996  | 83                      | 18.0                               |

1. Utilisant la relation historique biomasse de ponte et recrutement résultant calculez les Points-Limites de Référence Biologique, MBAL et  $B_{loss}$ .

## GROUPE I

Pendant la réunion du Groupe de Travail d'évaluation (ICES, 1998b) du stock Ibérique (Div. VIIIc et IXa) de merlu européen, *Merluccius merluccius*, on a estimé, le recrutement (millions d'individus d'âge 0) et la biomasse de ponte (1000 tonnes) pour la période 1982-1996. Les valeurs obtenues sont présentées dans le tableau suivant:

| Année | N (âge 0)<br>(millions) | Biomasse de ponte<br>(1000 tonnes) |
|-------|-------------------------|------------------------------------|
| 1982  | 125                     | 59.8                               |
| 1983  | 107                     | 61.4                               |
| 1984  | 136                     | 58.8                               |
| 1985  | 97                      | 44.1                               |
| 1986  | 104                     | 26.4                               |
| 1987  | 97                      | 24.2                               |
| 1988  | 84                      | 22.8                               |
| 1989  | 56                      | 18.9                               |
| 1990  | 59                      | 19.4                               |
| 1991  | 69                      | 20.5                               |
| 1992  | 86                      | 21.5                               |
| 1993  | 70                      | 21.0                               |
| 1994  | 63                      | 16.5                               |
| 1995  | 32                      | 15.2                               |
| 1996  | 83                      | 18.0                               |

La relation S-R de Shepherd a été ajustée aux paires de valeurs du tableau ( $r^2=0.71$ ), étant les paramètres de la relation les suivants:

$$\begin{aligned}\alpha &= 3.5 \\ k &= 64.94 \\ c &= 3.52\end{aligned}$$

1. Dessinez le graphique de dispersion des recrutements résultants, contre la biomasse de ponte parentale.
2. Calculez les recrutements espérés pour chaque année de la période 1982-1996 en accord avec le modèle S-R de Shepherd et dessinez, sur le graphique de dispersion précédent, la courbe respective.

## GROUPE II

1. Calculez la capture annuelle en poids et la biomasse de ponte par recrue pour le stock de merlu européen utilisant les paramètres de mortalité et biologiques estimés par le Groupe de Travail pour les projections à Long Terme (donnés à la Section 8.15), nommément:

Coefficient de mortalité naturel:  $M = 0.2 \text{ an}^{-1}$   
 Mortalité par pêche en 1996:  $F_{96} = 0.24 \text{ an}^{-1}$

Poids moyen à la capture (g):

| Âge (ans)   | 0 | 1  | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8+   |
|-------------|---|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| $\bar{W}_i$ | 4 | 37 | 106 | 205 | 358 | 517 | 706 | 935 | 1508 |

Ogive de maturation (%):

| Âge (ans)              | 0 | 1 | 2 | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  | 8+  |
|------------------------|---|---|---|---|----|----|----|----|-----|
| % matures <sub>i</sub> | 0 | 0 | 1 | 6 | 20 | 49 | 76 | 91 | 100 |

Régime d'exploitation moyen de la période 1994-1996:

| Âge (ans) | 0     | 1    | 2     | 3   | 4     | 5     | 6     | 7     | 8+    |
|-----------|-------|------|-------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|
| $s_i$     | 0.001 | 0.11 | 0.398 | 1.3 | 1.261 | 1.019 | 1.473 | 1.874 | 1.874 |

## GROUPE III

1. Utilisant les résultats des Groupes I et II, calculez les Points-Limites de Référence Biologique,  $F_{\text{loss}}$  et  $F_{\text{crash}}$ .

# 8.18 MODELES DE PRODUCTION (EQUILIBRE) – SCHAEFER

(cf. 6.7.1)

Le tableau suivant présente la capture totale ( $Y, t$ ) et la biomasse moyenne ( $B, t$ ) annuelles pour la pêche de stock Ibérique (Div. VIIIc et IXa) de sardine, *Sardina pilchardus*, entre 1977 et 1996, utilisées par le Groupe de Travail du CIEM (ICES, 1998a).

| Année | Y (t)  | $\bar{B}$ (t) |
|-------|--------|---------------|
| 1977  | 125750 | 750289        |
| 1978  | 139990 | 759192        |
| 1979  | 153441 | 763313        |
| 1980  | 191682 | 804765        |
| 1981  | 214133 | 842091        |
| 1982  | 204504 | 802573        |
| 1983  | 181139 | 713376        |
| 1984  | 202686 | 794856        |
| 1985  | 204107 | 810539        |
| 1986  | 180606 | 679808        |
| 1987  | 168825 | 547179        |
| 1988  | 158540 | 481295        |
| 1989  | 137126 | 431719        |
| 1990  | 139157 | 368099        |
| 1991  | 127756 | 316365        |
| 1992  | 126054 | 453161        |
| 1993  | 138795 | 539096        |
| 1994  | 132800 | 416842        |
| 1995  | 121384 | 368158        |
| 1996  | 111431 | 246037        |

## GROUPE I

1. Calculez  $F_i$  correspondant à chaque année  $i$ .
2. Calculez les biomasses,  $B_i$ , au début de chaque année. (Utiliser la procédure proposée par Schaefer, soit, la biomasse au début d'un an est rapprochée par la moyenne arithmétique des biomasses moyennes de l'année précédente et de l'année suivante).
3. Calculez les captures d'équilibre,  $Y_E$ , qui correspondrait aux valeurs de  $F$  observées.

4. Calculez les biomasses moyennes d'équilibre,  $\bar{B}_E$ , qui correspondraient aux valeurs de  $F$  observées.
5. Dessinez le graphique de  $\bar{B}_E$  contre  $F_i$ .

## GROUPE II

Le modèle de Schaefer a été ajusté et les paramètres suivants ont été estimés

$$k = 1562851 \text{ t}$$

$$r = 0.426 \text{ an}^{-1}$$

1. Calculez les biomasses d'équilibre et les captures d'équilibre correspondantes aux niveaux de pêche observés chaque année, appliquant le modèle de Schaefer.
2. Dessinez sur le graphique de l'alinéa 5 du Groupe I précédent, les biomasses d'équilibre calculées avec le modèle de Schaefer.
3. Calculez  $F_{MSY}$ ,  $B_{MSY}$  et  $Y_{MSY}$ .
4. Calculez  $F_{0.1}$ ,  $B_{0.1}$  et  $Y_{0.1}$ .

## 8.19 MODELES DE PRODUCTION (EQUILIBRE)

(cf. 6.7.1 & 6.7.2)

### Indices d'abondance et de niveau de pêche

Le tableau suivant présente les captures totales annuelles et les efforts totaux respectifs de pêche d'un stock de crevette de la Mer d'Arabie pendant la période 1969 - 1978 (Sparre et Venema, 1992).

| Année | Capture, Y<br>(t) | Effort total<br>(1000 jours) |
|-------|-------------------|------------------------------|
| 1969  | 546.7             | 1.224                        |
| 1970  | 812.4             | 2.202                        |
| 1971  | 2493.3            | 6.684                        |
| 1972  | 4358.6            | 12.418                       |
| 1973  | 6891.5            | 16.019                       |
| 1974  | 6532.0            | 21.552                       |
| 1975  | 4737.1            | 24.570                       |
| 1976  | 5567.4            | 29.441                       |
| 1977  | 5687.7            | 28.575                       |
| 1978  | 5984.0            | 30.172                       |

## GROUPE I

1. Faites un graphique de l'indice d'abondance annuel contre l'indice de mortalité par pêche respective.

2. Le modèle de Fox a été adapté aux données. On obtient les paramètres suivants:

$$a = 6.150 \quad b = -0.028 \text{ avec un coefficient de détermination, } r^2 = 0.78.$$

- Calculez et dessinez les courbes des conditions d'équilibre de l'indice d'abondance et de la capture totale.
- Déterminez les points-cible MSY et 0.1.
- Déterminez les paramètres  $kq$ ,  $r/q$  et  $kr$ .

## GROUPE II

Sachant que l'ajustement du modèle de Schaefer à un même ensemble de données est à l'origine des valeurs de paramètres suivantes:

$$\begin{aligned} a &= 444.454 \\ b &= -8.055 \\ (r^2 &= 0.77) \end{aligned}$$

- Répétez les calculs demandés dans le Groupe précédent.

### 8.20 MODELES DE PRODUCTION – PREVISIONS A COURT TERME (cf. 6.8)

Le tableau suivant présente les captures totales annuelles (en tonnes) et les respectives captures par unité d'effort de pêche (kg/jour de pêche de l'entreprise PESCRUL) du stock de crevette rose du large, *Parapenaeus longirostris*, de l'Algarve pendant la période de 1983 à 1994 (Mattos Silva, 1995).

| An   | Y (t) | cpue<br>(kg/jour) |
|------|-------|-------------------|
| 1983 | 538   | 235               |
| 1984 | 638   | 131               |
| 1985 | 431   | 63                |
| 1986 | 99    | 22                |
| 1987 | 37    | 8                 |
| 1988 | 62    | 21                |
| 1989 | 437   | 77                |
| 1990 | 146   | 28                |
| 1991 | 126   | 26                |
| 1992 | 53    | 25                |
| 1993 | 91    | 41                |
| 1994 | 232   | 66                |

En utilisant les paramètres suivants du modèle intégré de Fox et de Yoshimoto et Clarke (1993):  $k=1580$  t,  $q=0.39$  mille jours<sup>-1</sup> et  $r=0.55$  an<sup>-1</sup> résolvez les questions suivantes:

1. Projetez la cpue et la capture en poids pour l'année de 1995, supposant que l'effort de pêche se maintient égal à celui de 1994 (situation status quo).
2. Déterminez les points-cible de référence,  $Y_{MSY}$ ,  $\bar{B}_{MSY}$  et  $F_{MSY}$  et les indices  $\bar{U}_{MSY}$  et  $f_{MSY}$ .
3. Déterminez les points-cible de référence,  $Y_{0.1}$ ,  $\bar{B}_{0.1}$  et  $F_{0.1}$  et les indices  $\bar{U}_{0.1}$  et  $f_{0.1}$ .
4. Déterminez les pourcentages de la capacité soutenable correspondants aux points-cible  $F_{MSY}$  et  $F_{0.1}$
5. En se basant sur les résultats obtenus aux questions précédentes commentez l'état du stock et de son exploitation.
6. Supposez que l'on prétend réduire l'effort de pêche en 1995 d'environ 20% par rapport à l'effort de 1994. Projetez la capture en poids pour 1995 et présentez les variations résultantes de cette réduction de l'effort sur la capture en poids et la biomasse.

#### 8.21 REGRESSION LINEAIRE SIMPLE - ESTIMATION DES PARAMETRES DE LA RELATION W-L ET PARAMETRES DE CROISSANCE (FORD-WALFORD, GULLAND ET HOLT ET STAMATOPOULOS ET CADDY) (cf. 7.2)

##### GROUPE I

Considérez les 10 paires suivantes de valeurs de  $x$  et  $y$ :

|       |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |
|-------|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $x_i$ | 2  | 6  | 7  | 8  | 11 | 15  | 16  | 18  | 19  | 21  |
| $y_i$ | 13 | 40 | 52 | 56 | 78 | 105 | 111 | 130 | 132 | 149 |

1. Estimez les constantes A et B de la droite.
2. Estimez les valeurs de Y correspondantes aux valeurs de x données.
3. Calculez le coefficient de détermination  $r^2$ .
4. Tracez le graphique avec les valeurs observées et la droite estimée. Appréciez le bon ajustement et dites si vous considérez le modèle linéaire conforme aux données observées.



## GROUPE II

Les données présentées dans le tableau suivant représentent les poids individuels par classe de longueur d'échantillons de baudroie rousse *Lophius budegassa*, de la côte ibérique en 1994.

| $L_t$ (cm) | $\bar{W}_t$ (g) | $L_t$ (cm) | $\bar{W}_t$ (g) |
|------------|-----------------|------------|-----------------|
| 20-        | 129             | 50-        | 1685            |
| 22-        | 163             | 52-        | 1896            |
| 24-        | 219             | 54-        | 2107            |
| 26-        | 265             | 56-        | 2345            |
| 28-        | 320             | 58-        | 2569            |
| 30-        | 397             | 60-        | 2848            |
| 32-        | 486             | 62-        | 3126            |
| 34-        | 545             | 64-        | 3407            |
| 36-        | 664             | 66-        | 3700            |
| 38-        | 773             | 68-        | 4056            |
| 40-        | 890             | 70-        | 4411            |
| 42-        | 1027            | 72-        | 4764            |
| 44-        | 1122            | 74-        | 5203            |
| 46-        | 1334            | 76-        | 5587            |
| 48-        | 1503            | 78-        | 5982            |

- En utilisant le modèle de régression linéaire simple évaluez les paramètres de la relation poids-longueur pour ce stock en considérant que  $W_{\text{central}} = W_{\text{moyen}}$ . (Notez que  $\ln W_{\text{central}}$  est linéaire avec  $\ln L_{\text{central}}$ ).

## GROUPE III

Les données présentées dans le tableau suivant représentent la longueur moyenne (cm) des exemplaires au début de l'âge (années), obtenue à partir de lectures directes d'âge réalisées avec des exemplaires du stock de baudroie rousse, *Lophius budegassa*, (ICES Div. VIIIc et IXa), Section 8.7

| T | $L_t$ | t  | $L_t$ |
|---|-------|----|-------|
| 1 | 9.2   | 7  | 44.4  |
| 2 | 16.5  | 8  | 49.0  |
| 3 | 22.9  | 9  | 52.3  |
| 4 | 28.8  | 10 | 55.0  |
| 5 | 34.7  | 11 | 60.8  |
| 6 | 38.6  | 12 | 63.4  |

À partir de ces données et en utilisant le modèle de régression linéaire simple évaluez les paramètres de croissance  $K$  et  $L_{\infty}$  selon les expressions:

1. De Ford-Walford (1933-1946)
2. De Gulland et Holt (1959)
3. De Stamatopoulos et Caddy (1989). (Les expressions pour 1), 2) et 3), ont été étudiés dans le Chapitre sur la Croissance Individuelle).
4. Commentez les résultats obtenus dans les alinéas précédents avec les valeurs des paramètres donnés à la Section 8.7.

## 8.22 MODELE LINEAIRE MULTIPLE – REVISION DE MATRICES (cf. 7.3) ESTIMATION DES PARAMETRES DU MODELE INTEGRE DE FOX (IFOX)

### REVISION DE MATRICES

#### GROUPE I

Considérez les matrices  $A$  et  $B$  :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & 6 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Calculez à l'aide d'une feuille de calcul:  $A + B$ ,  $A * B$ ,  $\text{Det}(A)$ ,  $\text{Det}(B)$ ,  $A^{-1}$  et  $B^{-1}$
2. Montrez que  $(A.B)^{-1} = B^{-1}.A^{-1}$
3. Montrez que  $(A.B)^T = B^T.A^T$

#### GROUPE II

Soient les Matrices:

$$M_{(4,4)} = (1/4) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad O_{(4,4)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad I_{(4,4)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Vérifiez que la matrice nulle  $O$  est idempotente.
2. Vérifiez que la matrice identité  $I$  est idempotente.
3. Vérifiez que la matrice  $M$  est idempotente.

4. Quelle est la trace de M et de L.
5. Calculez la caractéristique,  $r$ , de M et de L.
6. Quelle est la valeur du déterminant de M et de L.

### GROUPE III

1. Vérifiez que le produit  $Mx$ , où  $x$  est le vecteur donné par  $x^T = (3 \ 4 \ 8 \ 1)$ , est le vecteur de dimensions  $(4,1)$  où tous les éléments sont égaux à la moyenne arithmétique,  $\bar{x}$ , des 4 éléments du vecteur  $x$ .
2. Vérifiez que  $(I-M)x$  est le vecteur écart.
3. Vérifiez que la somme des carrés de  $x_i$ ,  $\sum (x_i)^2$  peut s'écrire sous la forme matricielle :  $x^T \cdot x$
4. Vérifiez que la somme des carrés des écarts,  $\sum (x_i - \bar{x})^2$ , peut aussi s'écrire sous la forme matricielle comme:  $x^T (I-M)x$

### GROUPE IV

1. Considérez le vecteur  $x = 2 + \theta$  où  $\theta$  est un paramètre inconnu.

$$\begin{matrix} 3\theta \\ 5 - \theta \end{matrix}$$

- a) Écrivez le vecteur dérivée  $\frac{dx}{d\theta}$
- b) Calculez  $x^T x$
- c) Calculez  $\frac{d}{d\theta} (x^T x)$
- d) Montrez que  $\frac{d}{d\theta} (x^T x) = 2 \left( \frac{dx}{d\theta} \right)^T x$

2. Considérez le vecteur  $x = 2 + 4\theta_1 - 5\theta_2$  où  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sont deux constantes.

$$\begin{matrix} 1 \ \theta_1 + \ \theta_2 \\ \theta_1^2 + 4\theta_2 \end{matrix}$$

- a) Écrivez la matrice dérivée  $\frac{\partial x}{\partial \theta}$
- b) Calculez  $x^T x$

c) Calculez la transposée de  $\frac{\partial}{\partial \theta} (x^T x)$

d) Montrez que la transposée  $\frac{\partial}{\partial \theta} (x^T x) = 2 \left( \frac{\partial x}{\partial \theta} \right)^T x$

### GROUPE V

Considérez le système suivant de 2 équations à 2 inconnues

$$5 = 2A + 3B$$

$$4 = A - 2B$$

1. Montrez que le système d'équations peut s'écrire sous la forme matricielle:

$$Y_{(2,1)} = X_{(2,2)} \theta_{(2,1)}$$

où  $Y$  est le vecteur des termes indépendants (5 et 4) du système,

$\theta$  le vecteur des inconnues (A et B)

et  $X$  la matrice des coefficients des inconnues

2. Vérifiez que la solution du système peut être donnée par  $\theta = (X^T X)^{-1} X^T Y$

3. Montrez que  $X$  est une matrice carrée non singulière et que, par conséquent, la solution du système peut être  $\theta = X^{-1} Y$

### ESTIMATION DES PARAMETRES DU MODELE DE YOSHIMOTO ET CLARKE (1993)

4. Estimez les paramètres  $k$ ,  $q$  et  $r$ , du modèle intégré de Fox (IFOX) de Yoshimoto et Clarke (1993) en utilisant les données suivantes:

| Année | Y<br>(t) | CPUE<br>(kg/jour) |
|-------|----------|-------------------|
| 1983  | 538      | 235               |
| 1984  | 638      | 131               |
| 1985  | 431      | 63                |
| 1986  | 99       | 22                |
| 1987  | 37       | 8                 |
| 1988  | 62       | 21                |
| 1989  | 437      | 77                |
| 1990  | 146      | 28                |
| 1991  | 126      | 26                |
| 1992  | 53       | 25                |
| 1993  | 91       | 41                |
| 1994  | 232      | 66                |

et qui représentent les captures totales annuelles (en tonnes) et les respectives captures par unité d'effort de pêche (kg/jour de pêche de l'entreprise PESCRUL) du stock de crevette rose du large *Parapenaeus longirostris* de l'Algarve pendant la période 1983 à 1994 (Mattos Silva, 1995).

Commentez les résultats obtenus avec ceux qui sont présentés à la Section 8.20.

### 8.23 REGRESSION NON LINEAIRE - ESTIMATION DES PARAMETRES (cf. 7.4) DE CROISSANCE ET DE LA RELATION S-R (METHODE DE GAUSS-NEWTON)

Les données présentées dans le tableau suivant représentent la longueur moyenne (cm) des exemplaires au début de l'âge (ans), obtenus à partir de lectures directes d'âge réalisées avec des exemplaires du stock de baudroie rousse, *Lophius budegassa*, (Div. VIIIc et IXa), Section 8.7.

| t | $L_t$ | t  | $L_t$ |
|---|-------|----|-------|
| 1 | 9.2   | 7  | 44.4  |
| 2 | 16.5  | 8  | 49.0  |
| 3 | 22.9  | 9  | 52.3  |
| 4 | 28.8  | 10 | 55.0  |
| 5 | 34.7  | 11 | 60.8  |
| 6 | 38.6  | 12 | 63.4  |

#### GROUPE I

1. Représentez graphiquement les valeurs de  $L_t$  contre t.
2. Estimez les paramètres de croissance  $K$ ,  $L_\infty$  et  $t_0$  pour le modèle de croissance de Bertalanffy en utilisant un modèle de régression non-linéaire.
3. Estimez les valeurs de  $L_t$  correspondantes aux valeurs de t données et représentez, sur le graphique des valeurs observées, la courbe estimée. Appréciez le bon ajustement et commentez.
4. Commentez les résultats obtenus aux alinéas précédents avec les valeurs des paramètres donnés à la Section 8.7.

#### GROUPE II

En utilisant les données sur la biomasse de ponte et le recrutement du merlu européen présentés à la Section 8.12, évaluez les paramètres des modèles S-R de Beverton et Holt, de Ricker, de Deriso et de Shepherd.

1. Commentez les valeurs obtenues avec celles présentées à la Section 8.12.

## GROUPE I

1. Estimez la courbe de longévité de 5% de Tanaka pour des valeurs du coefficient de mortalité naturel entre 0.0 et 5.0 an<sup>-1</sup>.
2. Calculez les valeurs de M correspondant à des longévités de 1, 2, 3, 10, 15 et 30 ans.

## GROUPE II

Les paramètres de l'équation de Bertalanffy pour le stock Ibérique (Div. VIIIc et IXa du CIEM) de chinchard, *Trachurus trachurus*, sont les suivants:

$$L_{\infty} = 34.46 \text{ cm, LT} \\ K = 0.225 \text{ an}^{-1}$$

1. Estimez la valeur de M pour cette ressource, sachant que la température moyenne de l'eau de mer à la surface dans la zone de cette ressource dans la Péninsule Ibérique, pour la période 1985-95, était:  $\bar{T} = 13^{\circ} \text{C}$

## GROUPE III

Considérez un certain stock halieutique pour lequel l'âge moyen de première maturation est d'environ 2.3 ans.

1. Obtenez une estimation rapprochée de M pour ce stock.

## GROUPE IV

La biologie reproductive du stock de maquereau de l'Atlantique *Scomber scombrus* a été étudiée et l'on a estimé que l'Indice Gonadosomatique moyen des femelles matures à l'époque du frai était 0.13.

1. Estimez une valeur rapprochée pour le coefficient de mortalité naturel M de cette ressource, supposé constant pour tous les âges et toutes les années.

## GROUPE V

Les chercheurs responsables de l'évaluation du stock d'une certaine ressource halieutique réalisent chaque année, en janvier, une campagne acoustique pour estimer l'abondance du stock par classes d'âge. Les statistiques de pêche leur permettent aussi d'estimer la capture par âges réalisée au cours de l'année.

Le tableau suivant présente les estimations d'abondance du stock, par classes d'âge, obtenues au cours des campagnes de 1993 et 1994, de même que la structure des captures en 1993.

| Âge | Nombre de survivants, N, en millions |              | Capture totale en 1993<br>(millions) |
|-----|--------------------------------------|--------------|--------------------------------------|
|     | Janvier 1993                         | Janvier 1994 |                                      |
| 2   | 243                                  | 353          | 11                                   |
| 3   | 99                                   | 189          | 15                                   |
| 4   | 86                                   | 67           | 20                                   |
| 5   | 37                                   | 52           | 9                                    |
| 6   | 13                                   | 22           | 3                                    |
| 7   | 6                                    | 8            | 1                                    |

Même en disposant de toute cette information, les chercheurs responsables de ce stock ont des difficultés dans l'application des modèles d'évaluation des ressources car ils ne disposent pas d'une estimation de  $M$ .

1. Ainsi, estimez le coefficient de mortalité naturel pour cette ressource en 1993, et aidez ce groupe de chercheurs.

#### GROUPE VI

Dans le tableau suivant on présente les données d'effort de pêche, en millions d'heures de chalut et le coefficient de mortalité totale  $Z$  pour une certaine pêcherie dans la période de 1987 à 1995.

| Années | Effort<br>(10 <sup>6</sup> heures) | $Z$ (an <sup>-1</sup> ) |
|--------|------------------------------------|-------------------------|
| 1987   | 2.08                               | 1.97                    |
| 1988   | 2.80                               | 2.05                    |
| 1989   | 3.5                                | 1.82                    |
| 1990   | 3.6                                | 2.32                    |
| 1991   | 3.8                                | 2.58                    |
| 1992   | -                                  | -                       |
| 1993   | -                                  | -                       |
| 1994   | 9.94                               | 3.74                    |
| 1995   | 6.06                               | 3.74                    |

1. Déterminez  $M$  (coefficient de mortalité naturel), supposé constant pour la période 1987-1995.
2. Déterminez le coefficient de capturabilité  $q$ .

## GROUPE I

Une campagne scientifique de zone nettoyée a permis au chercheur de l'Institut de Recherche Marines de Bergen, Norvège, d'estimer l'abondance des classes d'âge du stock de morue, *Gadus morhua*, en janvier 1995 (tableau suivant).

| Âge (ans)                          | 1    | 2   | 3   | 4   | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|------------------------------------|------|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| N <sub>95</sub> (10 <sup>9</sup> ) | 1984 | 440 | 160 | 103 | 82 | 65 | 54 | 43 | 33 | 27 | 26 | 21 | 17 | 13 | 10 |

1. Représentez graphiquement les logarithmes du nombre de survivants contre l'âge.
2. Dites à partir de quel âge l'on peut considérer que le coefficient de mortalité total Z du stock est constant.
3. Estimez le coefficient de mortalité total Z du stock en janvier 1995.

## GROUPE II

Le tableau suivant présente les captures moyennes, en nombre, par âge de la plie d'Europe, *Pleuronectes platessa*, réalisées pour chaque 100 heures de chalut de deux périodes, 1929-1938 et 1950-1958.

| Âge (ans)   | 2   | 3    | 4    | 5    | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  |
|-------------|-----|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|
| C/f 1929-38 | 125 | 1355 | 2352 | 1761 | 786 | 339 | 159 | 70  | 28  |
| C/f 1950-58 | 98  | 959  | 1919 | 1670 | 951 | 548 | 316 | 180 | 105 |

1. Estimez le coefficient de mortalité total Z du stock dans chaque période.
2. Considérant que l'effort de pêche moyen exercé sur la limande de la mer du Nord pendant les deux périodes a été de 5 millions d'heures de chalut en 1929-1938 et de 3.1 millions d'heures de chalut en 1950-1958. Estimez dans chaque période :
  - a) le coefficient de mortalité naturel M ;
  - b) le coefficient de capturabilité q ;
  - c) et le coefficient de mortalité par pêche F.

## GROUPE III

Présentez ensuite, pour une certaine ressource, la composition annuelle des captures par âge de 1988 à 1994, en millions d'individus.





5. Comparez les valeurs de Z obtenues par les différentes méthodes.

### GROUPE V

Pour une certaine ressource halieutique les compositions par longueur des captures sont connues pour trois périodes de temps distinctes.

| Période | Classes de long. (cm)         | 45- | 50- | 55- | 60- | 65- | 70- | 75- | 80- | 85- | 90- | ≥95 |
|---------|-------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1960-69 | Capture ( $C_i$ ) en millions | 256 | 237 | 211 | 187 | 161 | 138 | 113 | 87  | 62  | 36  | 12  |
| 1970-79 |                               | 268 | 226 | 180 | 141 | 105 | 76  | 50  | 30  | 15  | 6   | 1   |
| 1980-89 |                               | 212 | 161 | 116 | 79  | 52  | 31  | 17  | 8   | 3   | 1   | 0   |

Considérez la classe de longueur de 45 cm comme la première classe complètement recrutée.

Adoptez  $K = 0.3 \text{ an}^{-1}$  et  $L_{\infty} = 100 \text{ cm}$  comme les paramètres de croissance de von Bertalanffy pour cette ressource.

1. Estimez les valeurs du coefficient de mortalité total Z pour chaque période et commentez les résultats.

### 8.26 ANALYSE DE COHORTES PAR AGES (AC)

(cf. 7.9.1)

### GROUPE I

1. Considérez un intervalle de temps  $i$ ,  $(t_i, t_{i+1})$ . Sachant que dans cet intervalle de temps:

$$M_i = 0.4 \text{ an}^{-1}$$

$$T_i = 2.3 \text{ an}$$

$$C_i = 230 \text{ millions d'individus}$$

- a) Adoptez la valeur  $0.5 \text{ an}^{-1}$  pour coefficient de mortalité par pêche pendant l'intervalle  $i$  et calculez le nombre de survivants à la fin de l'intervalle et le nombre de survivants au début de l'intervalle.
2. Considérez l'intervalle de temps  $i$ ,  $(t_i, t_{i+1})$ . Sachant que cet intervalle de temps:

$$M_i = 0.6 \text{ an}^{-1}$$

$$T_i = 0.9 \text{ an}$$

$$C_i = 98 \text{ millions d'individus}$$

Calculez la valeur du coefficient de mortalité par pêche  $F_i$  pendant l'intervalle  $i$  sachant que le nombre  $N_i$  de survivants au début de l'intervalle  $i$  est égal à 172 millions d'individus.

3. Considérez l'intervalle de temps  $(t_i, t_{i+1})$ . Sachant que dans cet intervalle de temps:

$$M_i = 0.5 \text{ an}^{-1}$$

$$T_i = 1 \text{ an}$$

$$C_i = 42 \text{ millions d'individus}$$

- a) Calculez la valeur du coefficient de mortalité par pêche, pendant l'intervalle  $i$ , sachant que le nombre de survivants à la fin de l'année était  $N_{i+1} = 85$  millions d'individus. Calculez la valeur de  $F_i$  en utilisant la formule de Pope.

## GROUPE II

Les données du tableau suivant se réfèrent aux captures en nombre (millions) d'une cohorte de merlu européen, *Merluccius merluccius*, dans les eaux de la Péninsule Ibérique.

| Âge (ans)        | 0   | 1    | 2    | 3     | 4    | 5    | 6    | 7    | 8   |
|------------------|-----|------|------|-------|------|------|------|------|-----|
| $C_i$ (millions) | 712 | 3941 | 8191 | 10311 | 5515 | 4149 | 3081 | 1185 | 549 |

Adoptez une valeur de  $0.2 \text{ an}^{-1}$  pour le coefficient de mortalité naturel, constante pour tous les âges.

- Supposez que la valeur du coefficient de mortalité par pêche pour le dernier âge (8 ans) a été  $1.0 \text{ an}^{-1}$ . Calculez, par la méthode itérative et par la méthode de Pope et pour chaque âge de la cohorte:
  - La valeur du coefficient de mortalité par pêche.
  - Le nombre de survivants au début de l'âge.
  - Comparez les résultats obtenus par les deux méthodes.
  - Représentez graphiquement les valeurs de  $F_i$  estimées contre l'âge, et dites quel a été le recrutement de cette cohorte à la phase exploitée.

## GROUPE III

- Pour analyser l'influence du choix de  $F_{\text{terminal}}$  répétez les calculs de la question précédente, en utilisant une des méthodes précédentes, utilisant  $0.3$  et  $1.5 \text{ an}^{-1}$  comme valeur de  $F_{\text{terminal}}$ .
  - Représentez graphiquement les valeurs estimées de  $F_i$  et  $N_i$  contre l'âge.

- b) Commentez les différences entre les graphiques pour les différentes valeurs de  $F_{\text{terminal}}$ .
2. Pour analyser l'influence du choix de  $M$ , répétez les calculs de la question 1 en utilisant l'une des méthodes précédentes, en utilisant des valeurs de  $M$  de 0.1 et 0.4  $\text{an}^{-1}$ .
- a) Représentez graphiquement les valeurs estimées de  $F_i$  et  $N_i$  contre l'âge.
- b) Commentez les différences entre les graphiques pour les différentes valeurs de  $M$ .

#### GROUPE IV

Les captures annuelles par classe d'âge d'une certaine ressource, pour les années de 1985 à 1994, sont présentées dans le tableau suivant.

| Captures par classe d'âge (Millions d'individus) |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|--|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Ans  |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| Âge<br>(années)                                  | 1985 | 1986 | 1987 | 1988 | 1989 | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 |
| 0  | 67   | 88   | 104  | 290  | 132  | 90   | 63   | 38   | 52   | 90   |
| 1  | 532  | 1908 | 1841 | 1671 | 4172 | 1915 | 1284 | 906  | 541  | 704  |
| 2  | 2070 | 1756 | 4424 | 3178 | 2534 | 6320 | 2826 | 1911 | 1322 | 741  |
| 3  | 728  | 4016 | 2256 | 4042 | 2499 | 1972 | 4742 | 2115 | 1382 | 890  |
| 4  | 353  | 945  | 3309 | 1273 | 1926 | 1170 | 883  | 2102 | 896  | 540  |
| 5  | 97   | 439  | 733  | 1730 | 558  | 827  | 479  | 356  | 807  | 316  |
| 6  | 16   | 107  | 300  | 333  | 656  | 207  | 291  | 166  | 117  | 243  |
| 7  | 25   | 8    | 73   | 136  | 126  | 243  | 73   | 101  | 54   | 35   |
| 8  | 5    | 7    | 5    | 33   | 52   | 47   | 85   | 25   | 33   | 16   |

La façon d'opérer de la flotille de pêche s'est maintenue constante pendant cette période, mais le nombre de navires a augmenté significativement. Considérez qu'actuellement la ressource est intensément exploitée.

On dispose aussi d'estimations des paramètres de croissance en poids de cette ressource et du coefficient de mortalité naturel:

$$\begin{aligned}L_{\infty} &= 38.5 \text{ cm} \\K &= 0.25 \text{ an}^{-1} \\t_0 &= -0.51 \text{ an}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a &= 0.021 \text{ de la relation } W(g)\text{-}L(\text{cm}) \\b &= 2.784 \text{ de la relation } W(g)\text{-}L(\text{cm}) \\M &= 0.3 \text{ an}^{-1}\end{aligned}$$

1. Estimez le coefficient de mortalité par pêche et le nombre de survivants au début de l'année pour chaque classe d'âge et chaque année. Utiliser la méthode d'Analyse de Cohortes de Pope.
  - a) Dans le premier essai sélectionnez  $F_{\text{terminal}} = 0.5$  pour le dernier âge pour tous les ans et, pour tous les âges du dernier an de la matrice.
  - b) Analysant la matrice F obtenue en a) sélectionnez des nouvelles valeurs de  $F_{\text{terminal}}$  et répétez l'application de la méthode de Pope.
2. On sait aussi que le frai a lieu dans une période limitée, vers le début de l'année. Des campagnes ont été réalisées par méthodes acoustiques, à l'époque du frai, pour estimer la biomasse de ponte (kg/heure de chalut). Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau suivant:

| Années                      | 1985 | 1986 | 1987 | 1988 | 1989 | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 |
|-----------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Indice de biomasse de ponte | 1270 | 1613 | 1629 | 1424 | 1300 | 1209 | 1000 | 718  | 476  | 326  |

L'information biologique recueillie pendant ces campagnes a aussi été utilisée pour estimer l'ogive de maturation du stock à l'époque du frai.

| Âge (ans) | 0 | 1 | 2  | 3  | 4  | 5   | 6   | 7   | 8   |
|-----------|---|---|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| % Matures | 0 | 1 | 20 | 50 | 80 | 100 | 100 | 100 | 100 |

- a) Calculez la biomasse de ponte à l'époque du frai pour chaque année de la période 1985-1994 en utilisant les résultats de l'Analyse de Cohortes que vous avez réalisée.
- b) Utilisez l'information des campagne acoustiques pour valider (ou non) l'Analyse de Cohortes.
- c) Commentez la validation

## GROUPE I

On présente dans le tableau suivant la composition annuelle par longueur, d'une cohorte d'une ressource avec  $L_{\infty} = 130$  cm et  $K = 0.1 \text{ an}^{-1}$ .

| Classes de longueur (cm) | Capture, $C_i$ (millions) |
|--------------------------|---------------------------|
| 6-                       | 1823                      |
| 12-                      | 14463                     |
| 18-                      | 25227                     |
| 24-                      | 8134                      |
| 30-                      | 3889                      |
| 36-                      | 2959                      |
| 42-                      | 1871                      |
| 48-                      | 653                       |
| 54-                      | 322                       |
| 60-                      | 228                       |
| 66-                      | 181                       |
| 72-                      | 96                        |
| 78-                      | 16                        |
| 84-                      | 0                         |

Le coefficient de mortalité naturel a été estimé comme étant  $M = 0.3 \text{ an}^{-1}$ .

1. En utilisant la méthode de Pope, et en adoptant  $E=0.5$  comme taux d'exploitation de la dernière classe de longueur de la capture (78-), estimez le nombre de survivants au début de chaque classe de longueur, le coefficient de mortalité par pêche  $F$  et le taux d'exploitation  $E$  dans chaque classe.
2. Calculez le nombre moyen de survivants de cette cohorte.

## GROUPE II

Dans les Tableaux 1 et 2 on présente l'information de base sur un stock hypothétique pendant les années de 1985 à 1994.

1. Appliquez la technique de "coupe en tranches" (slicing) à la matrice de Capture et faites des commentaires sur la validité de procéder à une analyse de cohorte par âge.
2. En utilisant cette information estimez les matrices  $[F]$  et  $[N]$  par classes de longueur et par années.
3. Calculez aussi la matrice  $[F_{sep}]$  et faites des commentaires sur l'hypothèse que le régime d'exploitation se maintienne constant au cours de ces années.

**Tableau 1. Paramètres de croissance de la courbe de von-Bertalanffy,  $L_{\infty}$  et K**  
**Coefficient de Mortalité Naturelle, M et constantes a et b de la relation**  
**poids-longueur**

| Croissance             |     | Mortalité Naturelle    |     | Relation poids-longueur<br>$w_t = a \cdot (L_t)^b$ |        |
|------------------------|-----|------------------------|-----|--|--------|
| $L_{\infty}$ (cm)      | 42  | M ( $\text{an}^{-1}$ ) | 0.8 | a  | 0.0023 |
| K ( $\text{an}^{-1}$ ) | 0.5 |                        |     | b  | 3      |

**Tableau 2. Matrice de capture dans mille individus, obtenus par la simulation par**  
**classes de longueur et années de la période de 1985-94**

| Âges<br>(tranches) | Classes<br>de<br>longueur<br>(cm) | Années |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|--------------------|-----------------------------------|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|                    |                                   | 1985   | 1986 | 1987 | 1988 | 1989 | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 |
| 0                  | 20-                               | 35     | 41   | 30   | 17   | 49   | 69   | 34   | 61   | 46   | 29   |
|                    | 21-                               | 338    | 400  | 292  | 167  | 472  | 662  | 327  | 593  | 442  | 276  |
|                    | 22-                               | 805    | 952  | 699  | 400  | 1127 | 1575 | 777  | 1404 | 1053 | 657  |
|                    | 23-                               | 1500   | 1766 | 1317 | 757  | 2108 | 2923 | 1436 | 2574 | 1962 | 1220 |
|                    | 24-                               | 1901   | 2222 | 1702 | 985  | 2688 | 3678 | 1795 | 3175 | 2485 | 1535 |
|                    | 25-                               | 2034   | 2357 | 1872 | 1093 | 2902 | 3900 | 1886 | 3276 | 2659 | 1627 |
|                    | 26-                               | 1898   | 2175 | 1806 | 1067 | 2739 | 3600 | 1722 | 2925 | 2482 | 1502 |
| 1                  | 27-                               | 1951   | 1817 | 1228 | 1416 | 1445 | 2932 | 3376 | 1695 | 1785 | 2376 |
|                    | 28-                               | 1664   | 1529 | 1091 | 1276 | 1250 | 2467 | 2801 | 1369 | 1523 | 1999 |
|                    | 29-                               | 1382   | 1251 | 948  | 1125 | 1053 | 2018 | 2258 | 1071 | 1265 | 1636 |
|                    | 30-                               | 1127   | 1003 | 812  | 980  | 873  | 1619 | 1782 | 818  | 1031 | 1312 |
|                    | 31-                               | 900    | 787  | 684  | 841  | 710  | 1269 | 1372 | 607  | 823  | 1029 |
|                    | 32-                               | 694    | 595  | 560  | 702  | 558  | 959  | 1017 | 432  | 635  | 778  |
|                    | 33-                               | 809    | 565  | 290  | 389  | 834  | 511  | 759  | 832  | 221  | 518  |
| 2                  | 34-                               | 584    | 399  | 226  | 310  | 618  | 361  | 522  | 544  | 160  | 365  |
|                    | 35-                               | 403    | 267  | 170  | 240  | 439  | 242  | 340  | 335  | 110  | 245  |
|                    | 36-                               | 262    | 168  | 122  | 178  | 294  | 152  | 207  | 191  | 72   | 154  |
|                    | 37-                               | 165    | 168  | 66   | 71   | 175  | 214  | 93   | 128  | 75   | 46   |
|                    | 38-                               | 86     | 84   | 40   | 45   | 96   | 107  | 44   | 55   | 39   | 23   |

Considérez  $L_0 = 20$  cm et  $t_0 = 0$

(Extrait de: Cadima, E. & Palma, C., 1997. Cohort Analysis from annual length catch compositions. Document de Travail présenté au Groupe de Travail d'évaluation des Stocks Demersaux de la Plateforme Sud, réalisé à Copenhague, 1-10 Septembre, 1997.)

# 8.28 EXAMEN – PARTIE ECRITE

## COURS D'EVALUATION DES RESSOURCES HALIEUTIQUES

### INSTITUTO DE INVESTIGAÇÃO DAS PESCAS E DO MAR

LISBONNE, 3 NOV.-10 DEC. 1997

#### QUESTION 1

Considérez un certain stock avec les paramètres suivants:

Coefficient de Mortalité Naturel:  $M = 0.20 \text{ an}^{-1}$

Mortalité par pêche en 1996:  $F_{96} = 1.08 \text{ an}^{-1}$

Régime d'exploitation:

| Âge   | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7+   |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|
| $s_i$ | 0.07 | 0.23 | 0.33 | 0.49 | 0.97 | 1.00 | 1.00 |

Poids moyen (kg) à la capture et du stock:

| Âge         | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7+    |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\bar{w}_i$ | 0.053 | 0.076 | 0.111 | 0.125 | 0.158 | 0.204 | 0.337 |

Ogive de maturation (%):

| Âge (an)               | 1  | 2  | 3   | 4   | 5   | 6   | 7+  |
|------------------------|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| % matures <sub>i</sub> | 34 | 90 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 |



Les recrutements et biomasses de ponte estimées entre 1986 et 1996 sont celles présentées dans le tableau suivant:

**Tableau 1**

| Année | N (âge 1)<br>(mille) | Biomasse de ponte<br>(t) |
|-------|----------------------|--------------------------|
| 1986  | 8751                 | 1957                     |
| 1987  | 8305                 | 1591                     |
| 1988  | 7123                 | 1956                     |
| 1989  | 7596                 | 2073                     |
| 1990  | 6013                 | 2287                     |
| 1991  | 5054                 | 1506                     |
| 1992  | 9713                 | 1400                     |
| 1993  | 5520                 | 1275                     |
| 1994  | 6000                 | 980                      |
| 1995  | 7329                 | 675                      |
| 1996  | 6840                 | 917                      |

1. Calculez le point de Référence Biologique  $F_{0.1}$ . Indiquez la valeur de la biomasse vierge que vous avez estimée et calculez le pourcentage  $B_{0.1}/B_{vierge}$ .
2. Calculez le point de Référence Biologique  $F_{max}$ .
3. Calculez le point de Référence Biologique  $F_{med}$ .
4. Estimez les paramètres du modèle S-R de Ricker et indiquez quelle est la valeur de la biomasse de ponte/recrue correspondant à  $F_{crash}$ .
5. Commentez l'état actuel du stock et de son exploitation.

## QUESTION 2

Considérez un stock dont on connaît les compositions par longueur des captures pendant 1986-1995 (Tableau 2).

De ce stock les paramètres suivants ont été estimés:

Coefficient de mortalité naturelle =  $1.2 \text{ an}^{-1}$

Longueur asymptotique = 39.8 cm

Coefficient de croissance =  $0.8 \text{ an}^{-1}$

Tableau 2 - Matrice Capture (1000 individus)

| Classes de long. (cm) | An   |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|                       | 1986 | 1987 | 1988 | 1989 | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 |
| 14-                   | 10   | 9    | 8    | 9    | 7    | 18   | 13   | 12   | 15   | 8    |
| 15-                   | 20   | 17   | 15   | 18   | 13   | 35   | 26   | 23   | 29   | 16   |
| 16-                   | 29   | 25   | 23   | 26   | 19   | 52   | 39   | 34   | 42   | 24   |
| 17-                   | 47   | 41   | 37   | 43   | 31   | 84   | 63   | 56   | 69   | 39   |
| 18-                   | 92   | 80   | 72   | 83   | 60   | 164  | 122  | 108  | 134  | 76   |
| 19-                   | 224  | 194  | 175  | 202  | 146  | 398  | 297  | 263  | 325  | 185  |
| 20-                   | 261  | 226  | 203  | 234  | 169  | 461  | 343  | 305  | 376  | 214  |
| 21-                   | 420  | 363  | 326  | 376  | 271  | 736  | 547  | 488  | 601  | 342  |
| 22-                   | 335  | 525  | 603  | 506  | 511  | 365  | 983  | 571  | 657  | 741  |
| 23-                   | 345  | 540  | 618  | 516  | 520  | 370  | 995  | 581  | 666  | 752  |
| 24-                   | 422  | 661  | 751  | 622  | 625  | 444  | 1189 | 699  | 799  | 902  |
| 25-                   | 442  | 693  | 781  | 642  | 643  | 454  | 1212 | 718  | 818  | 923  |
| 26-                   | 415  | 650  | 726  | 592  | 590  | 415  | 1102 | 659  | 747  | 843  |
| 27-                   | 388  | 607  | 672  | 542  | 537  | 376  | 995  | 601  | 677  | 765  |
| 28-                   | 360  | 564  | 617  | 493  | 486  | 339  | 890  | 543  | 609  | 688  |
| 29-                   | 332  | 520  | 563  | 444  | 435  | 301  | 788  | 487  | 543  | 613  |
| 30-                   | 304  | 475  | 508  | 396  | 386  | 265  | 689  | 431  | 478  | 539  |
| 31-                   | 275  | 430  | 453  | 348  | 337  | 230  | 594  | 377  | 414  | 468  |
| 32-                   | 272  | 246  | 509  | 494  | 330  | 314  | 212  | 428  | 351  | 353  |
| 33-                   | 239  | 216  | 439  | 419  | 277  | 261  | 174  | 359  | 292  | 294  |
| 34-                   | 206  | 186  | 369  | 345  | 226  | 211  | 139  | 293  | 235  | 237  |
| 35-                   | 171  | 155  | 300  | 273  | 176  | 162  | 106  | 228  | 181  | 182  |
| 36-                   | 136  | 123  | 230  | 202  | 129  | 117  | 75   | 167  | 130  | 131  |
| 37-                   | 82   | 99   | 116  | 196  | 147  | 91   | 80   | 40   | 117  | 83   |
| 38-                   | 49   | 60   | 66   | 103  | 75   | 45   | 38   | 21   | 58   | 41   |
| 39-                   | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    |

1. Estimez les valeurs du coefficient de mortalité par pêche dans chaque classe de longueur de la cohorte de 1987 (pour simplifier adoptez  $F_{\text{terminal}} = 0.5 \text{ an}^{-1}$ ).
2. Estimez les valeurs correspondantes du nombre de survivants au début de chaque classe.
3. Dites quel est le recrutement de cette cohorte.

### QUESTION 3

À un certain stock a été adapté le modèle de Production de Fox les paramètres suivants ayant été obtenus:

$$k = 300\,000 \text{ tonnes}$$

$$r = 0.50 \text{ an}^{-1}$$

1. Déterminez les points de référence biologique  $F_{\text{MSY}}$  et  $F_{0.1}$ .
2. Sachant que ces dernières années la biomasse de ce stock est autour de 30% de la biomasse vierge commentez l'état actuel du stock et de son exploitation, en vous basant sur le modèle adopté.

Ce manuel commence par une introduction aux modèles mathématiques appliqués à l'évaluation des ressources halieutiques. Les suppositions de base d'un modèle et les différents concepts de taux de variation d'une caractéristique par rapport au temps sont présentés. Le concept de cohorte et des modèles pour la croissance individuelle de la cohorte sont développés. Dans le chapitre sur l'étude du stock, le régime de pêche et ses composants sont définis, les modèles les plus utilisés pour la relation stock-recrutement sont exposés, de même que les projections d'un stock à court et à long termes. La discussion tourne autour des points de référence biologique pour la gestion des ressources halieutiques. Enfin, les méthodes générales d'estimation de paramètres, mettant en relief ceux utilisés pour les analyses de cohortes par âge et par longueur, sont décrites. On trouve aussi les énoncés des exercices corrigés par l'auteur et la chercheuse Manuela Azevedo.

ISBN 82-5-25405-8

ISBN 1014-1148



0 782525 345052

TOMX886F75 02450